

4 Энергия. Импульс.

4.1 Импульс тела. Закон сохранения импульса.

- 4.1.1 Поезд массой 2000 т, двигаясь прямолинейно, увеличил свою скорость от 36 до 72 км/ч. Найти изменение импульса.
- 4.1.2 Материальная точка массой 1 кг равномерно движется по окружности со скоростью 10 м/с. Найти изменение импульса за одну четверть периода; половину периода; целый период.
- 4.1.3 Движение материальной точки описывается уравнением $x(t) = 5 - 8t + 4t^2$. Приняв ее массу равной 2 кг, найти импульс через 2 с и через 4 с после начала отсчета времени.
- 4.1.4 Снаряд массой m_1 , летящий со скоростью v_1 параллельно рельсам, ударяет в неподвижную платформу с песком массой m_2 и застревает в песке. С какой скоростью станет двигаться платформа?
- 4.1.5 На вагонетку массой 800 кг катящуюся по горизонтальному пути со скоростью 0,2 м/с насыпают сверху 200 кг щебня. На сколько при этом уменьшится скорость вагонетки?
- 4.1.6 По рельсам в горизонтальном направлении катится тележка с песком. Через отверстие в дне песок сыпается между рельсами. Изменяется ли скорость тележки? Трение не учитывать.
- 4.1.7 Охотник стреляет из ружья с движущейся лодки по направлению движения. Какую скорость имела лодка, если она остановилась после двух быстро следующих друг за другом выстрелов? Масса охотника с лодкой 200 кг, масса заряда 20 г. Скорость вылета дроби и пороховых газов 500 м/с.
- 4.1.8 Вагон массой 20 т, движущийся со скоростью 0,3 м/с, нагоняет вагон массой 30 т, движущийся со скоростью 0,2 м/с. Какова скорость вагонов после взаимодействия, если после столкновения они сцепились?
- 4.1.9 С лодки массой 200 кг, движущейся со скоростью 0,3 м/с прыгает мальчик массой 50 кг в горизонтальном направлении со скоростью 7 м/с (относительно воды). Какова скорость лодки после прыжка мальчика, если мальчик прыгает с кормы в сторону, противоположенную движению лодки? с носа по ходу движения лодки?
- 4.1.10 С судна массой 750 т произведен выстрел из пушки в сторону, противоположенную его движению, под углом 60° к горизонту. На сколько изменилась скорость судна, если снаряд массой 30 кг вылетел со скоростью 1 км/с относительно судна?
- 4.1.11 Шарик массой 100 г свободно упал на горизонтальную площадку, имея в момент удара скорость 10 м/с. Найти изменения импульса при абсолютно неупругом и абсолютно упругом ударах.
- 4.1.12 Мяч массой 100 г, летевший со скоростью 20 м/с ударился о горизонтальную плоскость. Угол падения (относительно нормали) равен 60° . Найти изменение импульса, если удар абсолютно упругий и угол падения равен углу отражения.

- 4.1.13 Граната, брошенная с поверхности Земли, разрывается на два одинаковых осколка в наивысшей точке траектории на расстоянии S от места бросания, считая по горизонтали. Один из осколков летит в обратном направлении с той же по модулю скоростью, которую имела граната до взрыва. На каком расстоянии от места бросания упадет второй осколок?
- 4.1.14 Снаряд разрывается в верхней точке траектории на высоте 19,6 м от Земли на две равные части. После разрыва одна часть падает на Землю через 1 с точно под местом взрыва. На каком расстоянии от места выстрела упадет вторая часть, если первая приземлилась в 1000 м от места выстрела? Сопротивлением пренебречь.
- 4.1.15 Орудие, имеющее массу ствола 500 кг, стреляет в горизонтальном направлении. Снаряд массой 5 кг вылетает со скоростью 460 м/с, а ствол откатывается на 40 см. Какова средняя сила сопротивления в механизме, тормозящем ствол?
- 4.1.16 Пластилинный шарик бросают с поверхности Земли под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Одновременно с некоторой высоты, начинает падать из состояния покоя другой шарик. Шарик абсолютно неупруго сталкиваются в воздухе. Сразу после столкновения скорость шариков направлена горизонтально. Через какое время после столкновения шарик упадут на Землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.
- — —
- 4.1.17 На концах тележки длиной 3 м и массой 100 кг находятся два человека массы которых 70 кг и 30 кг. Как изменится положение тележки по отношению к Земле, если люди, перейдя, поменяются местами? Трением тележки о Землю пренебречь.
- 4.1.18 На концах однородной платформы длиной 12 м стоят два человека массами 80 кг и 60 кг. Первый проходит до середины платформы. На какое расстояние от конца тележки должен сместиться второй, чтобы тележка вернулась на прежнее место? Трения нет.
- 4.1.19 Человек, находящийся в неподвижной лодке массой 180 кг, прыгает от носа к корме со скоростью 5 м/с под углом 30° к горизонту. Какова длина прыжка (относительно лодки) человека массой 60 кг? Трением лодки о воду пренебречь. Движение лодки считать равномерным.

4.2 Механическая работа. Мощность.

- 4.2.1⁰ Может ли сила трения совершать полезную работу?
- 4.2.2⁰ Под действием силы, направленной по движению, тело перемещается на некоторое расстояние. Одинакова ли работа данной силы при равномерном и ускоренном перемещениях тела на этом пути?
- 4.2.3 Тело массой 100 кг поднимают с ускорением $2,0 \text{ м/с}^2$ на высоту 25 м. Какая работа совершается при подъеме тела? Какую работу совершает при этом сила тяжести?
- 4.2.4 При вертикальном подъеме тела массой $m = 2 \text{ кг}$ на высоту $h = 10 \text{ м}$ совершена работа $A = 240 \text{ Дж}$. С каким ускорением поднимали груз?
- 4.2.5 Равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна 50 Н и направлена горизонтально. Координата тела изменяется по закону $x(t) = 24 + 10t - t^2$. Какую работу совершает сила за 5 с? за 10 с? Как можно объяснить полученный результат?
- 4.2.6 Тело движется вдоль оси ОХ, направленной горизонтально. Проекция скорости этого тела на ось ОХ изменяется по закону $v_x(t) = 10 + 2t$. Какую работу совершает сила 2 Н, действующая на это тело, в течении 10 с, если она составляет угол 60° с направлением движения тела? [200 Дж]
- 4.2.7 Автомобиль массой 2000 кг трогается с места с ускорением $2,0 \text{ м/с}^2$ и разгоняется в течении 5,0 с на горизонтальном пути. Какая работа совершается за это время, если коэффициент сопротивления 0,01? [105 кДж]
- 4.2.8 На тело вдоль линии движения действует сила, зависимость которой от перемещения указана на графике (см рис.2). Определить по графику характер движения и найти работу данной силы на каждом участке и на все пути. [3 Дж; 9 Дж; 1,5 Дж; 13,5 Дж]
- 4.2.9 Какую работу совершает электровоз за $t = 10$ мин перемещая по горизонтальному пути состав массой $m = 3000 \text{ т}$ с постоянной скоростью 72 км/ч, если коэффициент трения $= 0,005$?
- 4.2.10 Для растяжения пружины на 4 мм необходимо совершить работу в 0,02 Дж. Какую работу нужно совершить, что растянуть эту пружину на 4 см? Какую при этом работу совершит сила упругости?
- 4.2.11 Сравнить работы, которые совершает человек, растягивая пружину динамометра от 0 до 10 Н, от 10 до 20 Н, от 20 до 30 Н?
- 4.2.12 Динамометр, рассчитанный на 40 Н, имеет пружину жесткостью 500 Н/м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину от середины шкалы до последнего деления?
- 4.2.13 Чему равна работа по подъему цепи, взятой за один конец и лежащей на плоскости на высоту, равную ее длине? Длина цепи 2 м, масса 5 кг.

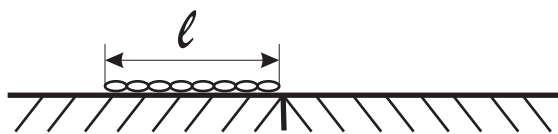


Рис. 1:

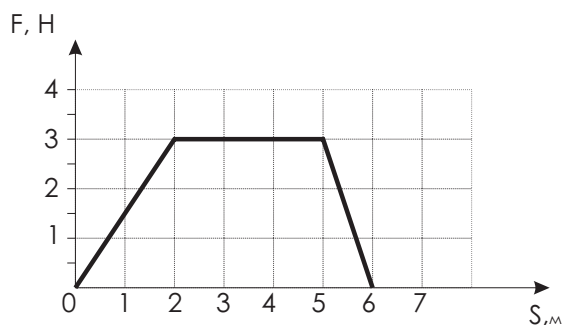


Рис. 2:

- 4.2.14** Цепь массой M и длиной l лежит у границы двух соприкасающихся полуплоскостей из разных материалов (см рис.1). Какую работу надо совершить, чтобы передвинуть цепь на вторую полуплоскость? Коэффициенты трения полуплоскостей с цепью соответственно равны μ_1, μ_2 .
- 4.2.15** Какую работу надо совершить, чтобы заставить поезд массой $M = 800$ т а) увеличить свою скорость от 36 км/ч до 54 км/ч; б) остановиться при начальной скорости 72 км/ч? Сопротивлением пренебречь.
- 4.2.16** Льдина площадью поперечного сечения 1 м^2 и высотой 0,4 м плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду?
- — —
- 4.2.17** Какую полезную мощность развивает подъемный кран, равномерно поднимая груз массой 250 кг на высоту 15 м за 2,5 мин?
- 4.2.18** Автомобиль развивающий полезную мощность 55 кВт, движется по горизонтальному пути с постоянной скоростью 72 км/ч. Чему равна сила сопротивления движению?
- 4.2.19** Поезд массой $m = 1200$ т движется по горизонтальному пути с постоянной скоростью $v = 52$ м/с. Определить коэффициент сопротивления движению, если тепловоз развивает полезную тяговую мощность $N = 882$ кВт.
- 4.2.20** Автомобиль массой $m = 1,5$ т трогается с места и двигаясь равноускоренно по горизонтальной дороге, проходит путь $S = 25$ м за $t = 5,0$ с. Определить среднюю мощность, развиваемую автомобилем на этом участке пути; мгновенную мощность, развиваемую в конце участка. Сопротивлением движению пренебречь.
- 4.2.21** Поезд массой 600 т равномерно поднимается в гору с уклоном 5,0 м на 1,0 км пути. Коэффициент трения $\mu = 0,002$. Определить развиваемую тепловозом мощность, при скорости движения 36 км/ч.
- 4.2.22** Автомобиль массой $m = 2,0$ т при выключенном моторе спускается по уклону 0,03 с постоянной скоростью $v = 15$ м/с. При какой мощности двигателя он может равномерно подниматься вверх по такому же уклону с такой же скоростью?

4.2.23 Подъемный кран поднимает груз массой $m = 5$ т на высоту $H = 15$ м. За какое время поднимается этот груз, если мощность двигателя крана 10 кВт и коэффициент полезного действия крана 0,8.

4.3 Кинетическая энергия. Теорема о кинетической энергии.

4.3.1 Скорость свободно падающего тела массой 4 кг на некотором пути увеличилась с 2 до 8 м/с. Найти работу силы тяжести на этом пути.

4.3.2 Автомобиль массой 2 т затормозил и остановился, пройдя путь 50 м. Найдите работу силы трения, кинетическую энергию в начале торможения, изменения кинетической энергии при полной остановке, если дорога горизонтальна, а коэффициент сопротивления равен 0,4.

4.3.3 Троллейбус массой 15 т трогается с места с ускорением $1,4 \text{ м/с}^2$. Найдите работу силы тяги и работу силы сопротивления на первых 10 м пути, если коэффициент трения равен 0,02. Какую кинетическую энергию приобрел троллейбус?

4.3.4 Электропоезд в момент выключения тока имел скорость 20 м/с. Какой путь пройдет поезд без включения тормозов до полной остановки, если коэффициент сопротивления равен 0,005.

4.3.5 Масса самосвала в 18 раз больше массы легкового автомобиля, а скорость самосвала в 6 раз меньше скорости легкового автомобиля. Сравните кинетические энергии этих машин. Во сколько раз будет отличаться тормозной путь этих машин.

4.3.6 Камень массой m соскользнул с горки высотой h и остановился у ее подножия. Какую работу необходимо совершить, чтобы по той же траектории вернуть камень в исходную точку на горке?

4.3.7 Тело с начальной скоростью 14 м/с падает с высоты 240 м и углубляется в песок на 0,2 м. Определите среднюю силу сопротивления песка, если масса тела 1 кг. Сопротивление воздуха не учитывать.

4.3.8 Сваю массой 1000 кг забивают в грунт копром, масса которого 4000 кг. Копер свободно падает с высоты 5 м, и при каждом ударе свая опускается на глубину 5 см. Определите среднюю силу сопротивления грунта.

4.3.9 С горы высотой $h = 2$ м и основанием $b = 5$ м съезжают санки, которые затем останавливаются, пройдя по горизонтали путь $l = 35$ м от основания горы. Найти коэффициент трения, считая что он остается одинаковым и на горе и на горизонтальном пути.

4.4 Потенциальная энергия. Закон сохранения энергии

- 4.4.1 Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с. На какой высоте кинетическая энергия тела равна его потенциальной энергии?
- 4.4.2 Найти потенциальную и кинетическую энергию тела массой 3 кг, падающего свободно с высоты 5 м, на расстоянии 2 м от поверхности земли.
- 4.4.3 Начальная скорость пули 600 м/с, ее масса 10 г. Под каким углом к горизонту она вылетела из дула ружья, если ее кинетическая энергия в высшей точке траектории равна 450 Дж?
- 4.4.4 С башни высотой $H = 25$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Найти кинетическую и потенциальную энергии камня спустя одну секунду после начала движения. Масса камня $m = 0,2$ кг. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 4.4.5 Пружинное ружье выстреливает шарик вертикально вверх на высоту 30 см, если пружина сжата на 1 см. Какова начальная скорость шарика? На какую высоту поднимется шарик, если эту пружину сжать на 3 см?
- 4.4.6 Конькобежец, разогнавшись до скорости $v = 27$ км/ч въезжает на ледяную гору. На какую высоту H от начального уровня въедет конькобежец с разгона, если подъем горы составляет $h = 0,5$ м на каждые $s = 10$ м по горизонтали. Коэффициент трения коньков о лед $k = 0,2$.
- 4.4.7 Тело массой $m = 1,5$ кг, брошенное вертикально вверх с высоты $h = 4,9$ м со скоростью $v_0 = 6$ м/с, упало на землю со скоростью $v = 5$ м/с. Определить работу сил сопротивления.
- 4.4.8 Камень массой 50 г, брошенный под углом к горизонту с высоты 20 м над поверхностью земли со скоростью 18 м/с, упал на землю со скоростью 24 м/с. Найти работу по преодолению сил сопротивления воздуха.
- 4.4.9 Самолет массой $m = 10^3$ кг летит горизонтально на высоте $H = 1200$ м со скоростью $v_1 = 50$ м/с. Затем двигатель отключается, самолет переходит в планирующий полёт и достигает земли со скоростью $v_2 = 25$ м/с. Определить среднюю силу сопротивления воздуха при спуске, принимая длину спуска, равной 8 км.
- 4.4.10 Стальной шарик массой $m = 20$ г, падая с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту, отскакивая от нее на высоту $h_2 = 81$ см. Найти: а) импульс силы, действовавшей на плиту за время удара; б) количество теплоты, выделившееся при ударе.
- 4.4.11 Два одинаковых тела, находящиеся на поверхности Земли, получают одинаковые скорости v_0 , направленные под одним и тем же острым углом α к горизонту. Одно тело летит свободно, а другое движется вверх по закреплённой гладкой наклонной плоскости, образующей с горизонтом такой же угол α . Какое из тел поднимется на большую высоту? Трением тел о воздух и наклонную плоскость пренебречь.

4.5 Законы сохранения энергии и импульса системы тел. Удары.

4.5.1 Конькобежец массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с относительно поверхности земли. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед 0,02? **R**

4.5.2 Человек стоит на неподвижной тележке и бросает горизонтально камень массой 8 кг со скоростью 5 м/с относительно земли. Определить, какую при этом человек совершает работу, если масса тележки вместе с человеком 160 кг. Трением пренебречь.

4.5.3 Винтовка массой 3 кг подвешена горизонтально на двух параллельных нитях. При выстреле в результате отдачи она отклонилась вверх на 19,6 см (см. Рис.3). Масса пули 10 г. Определить скорость с которой вылетела пуля.

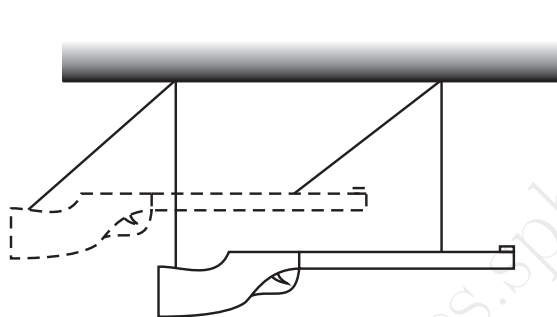


Рис. 3:

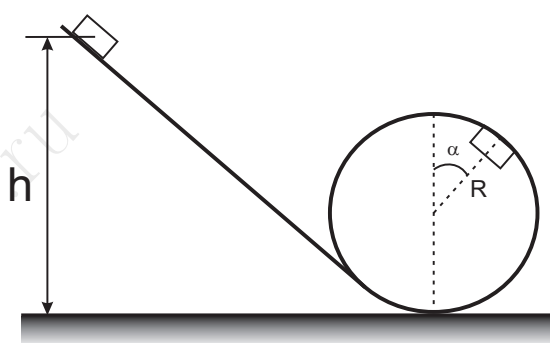


Рис. 4:

4.5.4 Небольшое тело массой m соскальзывает вниз по наклонному скату, переходящему в мертвую петлю радиусом R (см. Рис. 4). Трение ничтожно мало. Определить: а) какой должна быть наименьшая высота ската h , чтобы тело сделало полную петлю не выпадая; б) с какой силой при этом будет тело давить на помост в верхней и нижней точке мертвой петли; в) какую силу давления при этом производит тело на помост в точке, радиус-вектор которой составляет угол α с вертикалью.

4.5.5 Пуля, летящая горизонтально со скоростью 400 м/с, попадает в брусок, подвешенный на нити длиной 4 м и застревает в нем. Определить угол α на который отклонится брусок, если масса пули 20 г, а масса бруска 5 кг.

4.5.6 Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в $n = 1000$ раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара на угол $\alpha = 10^\circ$.

4.5.7 Пуля массой $m_1 = 10$ г, летевшая горизонтально со скоростью $v_1 = 600$ м/с, ударила в свободно подвешенный на длинной нити деревянный брусок массой $m_2 = 0,5$ кг и застряла в нем, углубившись на 10 см. Найти работу силы сопротивления дерева движению пули. На какую глубину войдет пуля, если тот же брусок закрепить.

- 4.5.8** В покоящийся шар массой 1 кг, подвешенный на длинном жестком стержне, закрепленном в подвесе на шарнире, попадает пуля массой 0,01 кг. Угол между направлением полета пули и линией стержня равен $\alpha = 45^\circ$. Удар центральный. После удара пуля застревает в шаре, и шар вместе с пулей, отклонившись, поднимается на высоту 0,12 м относительно первоначального положения. Найти скорость пули. Массой стержня пренебречь.
- 4.5.9** С какой начальной скоростью надо бросить вниз мяч с высоты 2 м, чтобы он подпрыгнул на высоту 4 м. Считать удар о землю абсолютно упругим.
- 4.5.10** Маятник представляет собой прямой тонкий стержень длиной $l = 1,5$ м, на конце которого находится стальной шар массой $M = 1$ кг. В шар попадает летящий горизонтально со скоростью $v = 50$ м/с стальной шарик массой $m = 20$ г. Определить угол максимального отклонения маятника, считая удар упругим и центральным. Массой стержня пренебречь.
- 4.5.11** Тело массой m_1 ударяется абсолютно неупруго о покоящееся тело массой m_2 . Найти долю потерянной при этом кинетической энергии, если тело массой m_2 до удара было в состоянии покоя.
- 4.5.12** Два груза массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 15$ кг подвешены на нитях длиной $l = 2$ м так, что соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпущен. На какую высоту поднимутся оба груза после удара? Удар грузов считать неупругим. Какое количество теплоты при этом выделится?
- 4.5.13** Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Массы шаров $m_1 = 0,2$ кг и $m_2 = 100$ г. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту $h = 4,5$ см и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если удар: а) упругий; б) неупругий?
- 4.5.14** Во сколько раз уменьшится скорость атома гелия после центрального упругого столкновения с неподвижным атомом водорода, масса которого в четыре раза меньше массы атома гелия?
- 4.5.15** На шар лежащий на гладкой горизонтальной поверхности, налетает другой шар такого же радиуса, движущийся горизонтально. Между шарами происходит упругий центральный удар. Построить график зависимости доли переданной энергии от отношения масс шаров $\alpha = m_1/m_2$.
- 4.5.16** Люстра массой $m = 100$ кг подвешена к потолку на металлической цепи, длина которой $l = 5$ м. Определить высоту h , на которую можно отклонить люстру, чтобы при последующих качениях цепь не оборвалась. Известно, что разрыв цепи наступает при силе натяжения $T > 1960$ Н.
- 4.5.17** Шарик массой m подвешен на нерастяжимой нити. На какой минимальный угол α_{\min} надо отклонить шарик, чтобы при дальнейшем движении нить оборвалась, если максимально возможная сила натяжения нити $1,5mg$.
- 4.5.18** Маятник отклоняют в горизонтальное положение и отпускают. При каком угле α с вертикалью сила натяжения нити будет равна по величине действующей на маятник силе тяжести? Маятник считать математическим.

- 4.5.19** Груз массой m , привязанный к нерастяжимой нити, вращается в вертикальной плоскости. Найти максимальную разность сил натяжения нити.
- 4.5.20** Шарик массой M подвешен на нити. В натянутом состоянии нить расположили горизонтально и отпустили шарик. Вывести зависимость силы натяжения нити от угла, который образует в данный момент нить с горизонтальным направлением. Проверить полученную формулу, решив задачу для случая прохождения шарика через положение равновесия, при угле 90° .
- 4.5.21** Математический маятник длиной l и массой M отвели на угол φ_0 от положения равновесия и сообщили ему начальную скорость v_0 , направленную перпендикулярно нити вверх. Найти силу натяжения нити маятника в зависимости от угла φ нити с вертикалью.
- 4.5.22** Шар массой 1 кг, подвешенный на нити длиной 90 см, отводят от положения равновесия на угол 60° и отпускают. В момент прохождения шаром положения равновесия в него попадает пуля массой 10 г, летящая навстречу шару (см. рисунок 5). Она пробивает его и продолжает двигаться горизонтально. Определите изменение импульса пули в результате попадания в шар, если он, продолжая движение в прежнем направлении, отклоняется на угол 39° . (Массу шара считать неизменной, диаметр шара - пренебрежимо малым по сравнению с длиной нити, $\cos 39^\circ = 7/9$.)

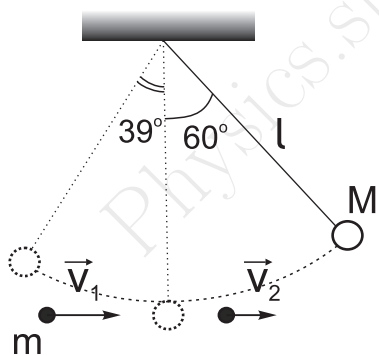


Рис. 5:

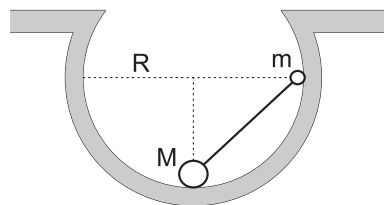


Рис. 6:

- 4.5.23** Небольшие шарики соединены легким стержнем и помещены в гладкую сферическую выемку радиусом $R = 20$ см. В начальный момент шарики удерживаются в положении, изображенном на рисунке 6. Когда их отпустили без толчка, шарики стали скользить по поверхности выемки. Минимальная высота, на которой оказался шарик m в процессе движения, равна 4 см от нижней точки выемки. Определите отношение масс M и m .
- 4.5.24** Сфера радиусом $R = 2$ м равномерно вращается вокруг вертикальной оси симметрии с частотой 30 мин^{-1} . Внутри сферы находится шарик массой $m = 0,2$ кг. Найти высоту h , соответствующую положению равновесия шарика относительно сферы и силу реакции сферы.
- 4.5.25** Небольшое тело скользит с вершины сферы вниз. На какой высоте h от вершины тело оторвется от поверхности сферы радиусом R ? Трением пренебречь.