1 Введение в механику

1.1 Введение. Основные понятия.

"Попытки прочитать великую повесть о тайнах природы так же стары, как и само человеческое мышление. Однако лишь немногим более трех столетий назад ученые начали понимать язык этой повести. С того времени, то есть со времени Галилея и Ньютона, чтение продвигалось быстро."(А. Эйнштейн, Л. Инфельд "Эволюция Физики")

Самая фундаментальная проблема, остававшаяся в течение тысячи лет неразрешенной из-за ее сложности, это проблема движения.

Еще Аристотель говорил: "Т.к. природа есть начало движения и изменения, а предметом нашего исследования является природа, то нельзя оставить невыясненным, что такое движение, ведь незнание движения необходимо влечет незнание природы".

Все движения, которые мы встречаем в природе - движения камня, брошенного в воздух, движение корабля, плывущего в море, движение автомобиля, движущегося по улице, в действительности очень сложны. Чтобы разобраться в этих явлениях, необходимо начать изучение с наиболее простых видов движения, постепенно "продвигаясь к более сложным".

Что же можно назвать механическим движением?

Def. Механическим движением называется изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Примерами механического движения являются движение брошенного камня, движение автомобиля, движение воздуха и воды. Немеханическими движениями являются электрический ток, тепловые и электромагнитные процессы.

Что же в результате изучает механика?

Def. Механика - раздел физики, изучающий механическое движение тел и их равновесие.

1.1.1 Границы применимости

Механика Ньютона или, как ее еще называют, классическая механика, покоится на прочном фундаменте экспериментальных фактов. Все эти факты относятся к медленным движениям макроскопических тел.

Под макротелами подразумеваются окружающие нас тела, состоящие из очень большого числа атомов или молекул.

Медленным (нерелятивистским) движением считается движение со скоростями много меньшими, чем скорость света в вакууме.

$$V << c \quad (c = 3 \cdot 10^8 \text{м}/c)$$

В начале XX века выяснилось, что законы Ньютона нельзя применять к релятивистскому движению тел, т.е. к движению со скоростями, близкими к скорости света. Также классическая механика не может описать процессы, происходящие в микромире.

На основе теории относительности Эйнштейна была создана релятивистская механика. В механике Ньютона скорость макротела принципиально не ограничена. Релятивистская механика устанавливает предел скорости, равный скорости света. Но и этот предел невозможно достичь.

Например, в ускорителях удалось разогнать частицы до скоростей 99,98% от скорости света. Работа ускорителей экспериментально доказывает правильность релятивистской механики. Таким образом, границы применимости Ньютоновской механики со стороны больших скоростей дает теория относительности.

Но, не смотря на это классическая механика имеет большое применение, и внутри области применимости она остается справедливой.

1.1.2 Основная задача механики. Тело отсчета. Система отсчета.

Def. Основная задача механики (ОЗМ) состоит в том, чтобы определить положение движущегося тела в любой момент времени (если даны его начальные координаты и импульс.)

Чтобы изучать движение, необходимо выбрать тела, по отношению к которым можно рассматривать движение данного тела. Но абсолютно неподвижных тел нет, т.о., мы принимаем некоторые тела за неподвижные.

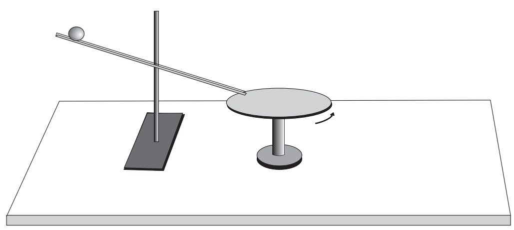
Def. Тело, относительно которого рассматривают движение других тел и которое считают условно неподвижным, называют телом отсчета.

Для описания механического движения используют систему отсчета. Т.е. любое механическое движение мы будем рассматривать в выбранной нами системе отсчета. Под системой отсчета понимают:

1. Тело отсчета, т.е. тело которое условно приняли за неподвижное.
2. Систему координат (обычно "декартову"), связанную с телом отсчета
3. Прибор для измерения времени - часы

1.1.3 Относительность механического движения.

Одно и то же механическое движение может выглядеть совершенно по-разному в разных системах отсчета. Например, парашютист совершает затяжной прыжок. С точки зрения летчика, летящего в самолете, из которого прыгнул парашютист, последний падает вертикально вниз, а для наблюдателя на земле это же движение происходит по параболической траектории.



Шарик скатывается с желоба на горизонтальный диск. Если диск неподвижен относительно земли, то шарик катится по прямой. Если диск вращается и наблюдатель неподвижно связан с диском, то шарик катится по спирали.

В том, что одно и то же механическое движение выглядит по-разному в разных системах отсчета, заключается простейшее проявление относительного характера механического движения.

Хотя изучаемое явление в разных системах отсчета может выглядеть по-разному, длины тел и промежутки времени, как показывает опыт, при движении со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света, являются абсолютными, т.е. не зависят от того, в какой системе отсчета они измеряются.

1.1.4 Классификация механического движения.

В реальном физическом мире тела совершают движения достаточно сложные для описания при помощи классической механики. Поэтому принято разбивать сложное движение на комбинацию трех простейших видов движения:

Def. Поступательным называется движение, при котором все точки тела движутся одинаково и сохраняют пространственную ориентацию

Def. Вращательным называется движение, при котором тела движутся по окружностям разных радиусов.

Поступательный вид движения позволяет значительно упростить описание движение *тела*, поскольку не требуется описывать движение каждой точки тела, а достаточно описать движение только одной точки, все остальные при этом будут совершать такое же движение.

Примеры:

- Вращение волчка вокруг своей оси, Земли вокруг Солнца и своей оси, вращение колеса являются примерами вращательного движения.
- Движение вагона поезда на прямом участке железной дороги является примером поступательного движения.

1.1.5 Материальная точка.

Из-за сложности физического мира, изучая реальные явления, мы всегда вынуждены упрощать его и вместо самого явления рассматривать некоторую идеализированную его модель, стремясь к тому, чтобы в выбранной модели сохранить самые характерные, наиболее важные черты явления.

По образному выражению Я.И. Френкеля (советского физика-теоретика), физики фактически рассматривают не само явление, а карикатуру на него, и успех зависит от того, насколько удачна эта карикатура.

Простейшей идеализированной моделью в механике является материальная точка.

Материальная точка - тело, размерами и формой которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями в данной конкретной задаче. model

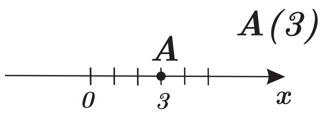
Одно и то же тело в одних условиях можно считать материальной точкой, в других - нельзя. Например, Землю при изучении ее движения вокруг Солнца можно рассматривать как материальную точку ($R_{\text{Земли}} << R_{\text{орбиты}}$), а при изучении ее вращения вокруг своей оси - нельзя.

Таким образом, используя модель материальной точки, мы идеализируем не столько свойства самого тела, сколько условия его движения.

1.2 Описание положения тела в пространстве.

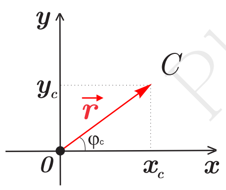
В физике необходимо уметь описывать положение материальной точки в пространстве. Для этого используются системы отсчета. Как мы уже говорили, в систему отсчета входит система координат, связанная с телом отсчета.

- Одномерная система координат. При движении материальной точки по прямой линии чаще всего используют одномерную систему координат: одна числовая ось. В такой системе координат для описания местоположения тела используется только одна координата, которая показывает, насколько отстоит материальная точка от нулевой точки, связанной с телом отсчета.



- Двухмерные декартова и радиальная системы координат. Для описания положения материальной точки на плоскости уже требуются две координаты и соответственно две числовые оси. В декартовой системе эти оси перпендикулярны друг другу, и единичные отрезки на этих осях равны друг другу.

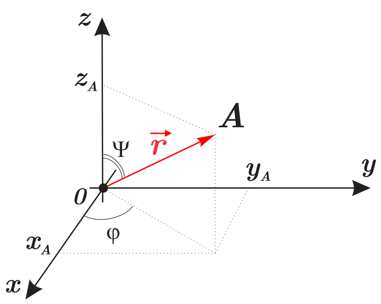
  На плоскости также можно использовать радиальную систему координат.



Декартовы координаты: (x_C, y_C)

Радиальные координаты: $(|\vec{r}|, \varphi)$

- Трехмерные системы координат. В пространстве требуются три координаты для описания местоположения материальной точки.



Декартовы координаты:

$$(x_A, y_A, z_A)$$

Сферические координаты:

$$(|\vec{r}|, \varphi, \psi)$$

Количество задаваемых величин для определения положения материальной точки в пространстве одинаково во всех системах координат и определяется размерностью пространства.

1.3 Векторные величины. Действия с векторами.

В физике присутствуют как скалярные величины, такие как температура, время, плотность и др., так и векторные. Примером векторной величины является скорость.

Векторными величинами называют величины, характеризующиеся численным значением или величиной вектора и направлением, при условии, что эти величины складываются векторно, т.е. по правилу параллелограмма.

Сложение векторов

Суммой векторов $\vec{a}+\vec{b}$ является вектор начало которого совпадает с началом вектора $\vec{a}$, а конец с концом вектора $\vec{b}$, если начало вектора $\vec{b}$ совпадает с концом вектора $\vec{a}$

Вычитание векторов

Для того чтобы вычесть из вектора $\vec{a}$ вектор $\vec{b}$, необходимо сложить вектор $\vec{a}$ с вектором, противоположным вектору $\vec{b}$.

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$$

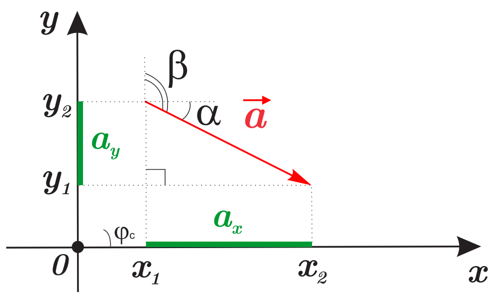
Умножение вектора на число

Произведение вектора $\vec{a}$ на число k является новый вектор $\vec{b}$ сонаправленный, если $k>0$ (или противоположно направленный, если $k<0$) с вектором $\vec{a}$, длина которого в k раз отличается от длины вектора $\vec{a}$

$$\begin{array}{lll} k>0 & \vec{b}\upuparrows\vec{a} \quad , & |\vec{b}|=k|\vec{a}| \\ k<0 & \vec{b}\uparrow\downarrow\vec{a} \quad , & |\vec{b}|=k|\vec{a}| \end{array}$$

Проекция вектора

Проекцией вектора на числовую ось называется число, равное разности координат конца и начала вектора



$$a_x = x_2 - x_1$$
$$a_y = y_2 - y_1$$

Определим проекцию через длину вектора и угол между вектором и числовой осью.

$$\beta = 90^\circ + \alpha$$

$$a_x = |\vec{a}|\cos\alpha$$
$$a_y = |\vec{a}|\cos\beta = |\vec{a}|\cos(90^\circ+\alpha) = -|\vec{a}|\sin\alpha$$

Таким образом, проекция вектора является скалярной величиной и может быть как положительной, так и отрицательной, или равной нулю.

Для того чтобы графически изобразить проекцию вектора, необходимо опустить перпендикуляры из начала и конца вектора на данную числовую ось. Тогда длина отрезка, заключенного между перпендикулярами, будет являться величиной проекции.

Можно сформулировать следующее(нестрогое, с точки зрения математики) правило для определения знака проекции:

Если вектор и числовая ось направлены в одну сторону (в одну полуплоскость), тогда проекция этого вектора на данную числовую ось будет положительной, иначе отрицательной. Если же вектор перпендикулярен числовой оси, тогда его проеция будет равна нулю.

При этом, зная проекции вектора на координатные оси, можно определить его длину.

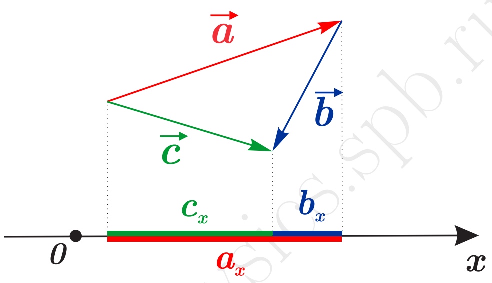
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \tag{1}$$

Заметим, что модуль вектора - величина неотрицательная.

Проекция суммы векторов

Проекция суммы векторов на координатную ось равна алгебраической сумме проекций, складываемых векторов на ту же ось.

Т.о., необходимо просто сложить проекции векторов с учетом их знаков.



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$
$$a_x + b_x = c_x$$
$$|a_x| - |b_x| = c_x > 0$$

Поскольку вычитание векторов сводится к сложению, то это правило справедливо и для проекции разности векторов.

Скалярное произведение векторов

Скалярное произведение двух векторов - скаляр равный:

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a}\vec{b}}) = a \cdot b \cdot \cos\alpha \tag{2}$$