

## 17 Геометрическая оптика

### 17.1 Развитие взглядов на природу света.

Оптика берёт своё начало с изобретения линз древними египтянами и месопотамцами. Самые ранние найденные линзы, обнаруженные на Крите, обычно изготавливались из полированных кристаллов кварца и датируются 2000 годом до нашей эры.

В 1675 году И. Ньютон направляет в Королевское Общество труд под названием «Теория света и цветов, заключающая гипотезу объяснения свойств света, изложенных автором в предыдущих мемуарах, а также описание наиболее существенных явлений различных цветов тонких пластин и мыльных пузырей,альным образом зависящих от ранее характеризованных свойств света». Обширный трактат был зачитан на четырёх заседаниях Общества. Из-за конфликта с Робертом Гуком данный труд и лекции не были опубликованы. Только в 1704 году была опубликована книга «Оптика», которая включила в себя корпускулярную теорию света.

*Свет – это поток частиц – корпускул.*

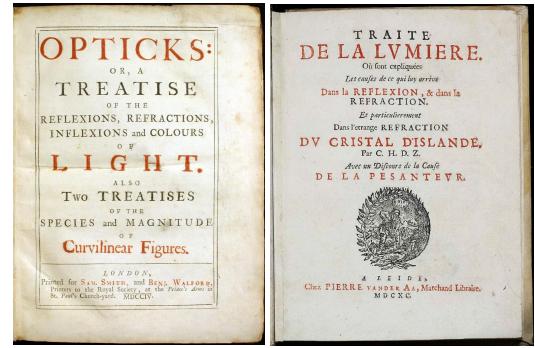
Ньютон предлагает гипотезу: «*Не являются ли лучи света очень малыми телами, испускаемыми светящимися веществами? Ибо такие будут проходить через однородные среды без загибания в тень, соответственно природе лучей света. Они могут иметь также различные свойства и способны сохранять эти свойства неизменными при прохождении через различные среды, в чём заключается другое условие лучей света. Прозрачные вещества действуют на лучи света на расстоянии, преломляя, отражая и изгибая их, и взаимно лучи двигают части этих веществ на расстоянии, нагревая их; это действие и противодействие на расстоянии очень похожи на притягательную силу между телами.*

В 1690 году Христиан Гюйгенс публикует трактат о свете, в котором сравнивает свет с колебаниями мирового эфира.

*Свет - продольная деформация мирового эфира.*

«*Распространение волн происходит в соответствии с принципом, согласно которому каждая точка волнового фронта становится центром сферических волн. Огибающая этих волн определяет новое положение волнового фронта. Отдельные волны не могут вызывать ощущения света, поэтому там, где они не имеют огибающей, световой поток не распространяется.*» Этот принцип, выдвинутый Гюйгенсом, объясняет образование геометрической тени с чётко очерченными краями. Однако, допустив такое объяснение, Гюйгенс исключил возможность понимания дифракции.

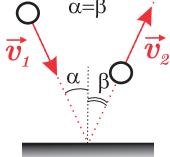
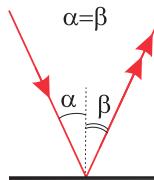
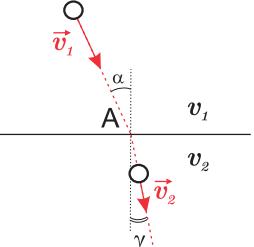
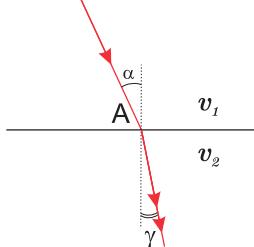
Давайте подробнее рассмотрим эти взгляды, ведь на самом деле и Ньютон, и Гюйгенс были близки к истине.



1704 год, Исаак Ньютон  
«Оптика»

1690 год, Христиан Гюйгенс  
«Трактат о свете»

Закон	Корпускулярная теория	Волновая теория
Прямолинейное распространение света	$\sum \vec{F} = 0$ - поток корпускул распространяется равномерно и прямолинейно	Принцип Гюйгенса - образование фронта волны. Лучи - прямые линии.

Закон отражения света		$\text{ЗСЭ} + \text{ЗСИ} \Rightarrow \alpha = \beta$		$\text{Принцип Г-Ф} \Rightarrow \alpha = \beta$
Закон преломления света		$F_{\text{cp}} > F_{\text{вак}} \Rightarrow v_2 > v_1$ $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = ? \frac{v_1}{v_2}$		$\text{Принцип Г-Ф} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{v_1}{v_2}$
Одновременное отражение и преломление	НЕ ОБЪЯСНЯЛ		Принцип Г-Ф	
Дисперсия - разложение света на составные части	$m_{\text{кр}} > m_{\phi} \Rightarrow \gamma_{\text{кр}} < \gamma_{\phi}$		НЕ ОБЪЯСНЯЛ	

В силу авторитета Ньютона практически больше столетия считалась справедливой его теория.

**1801 г.** Английский физик Юнг - опыты по интерференция света, французский физик, инженер Френель - опыты по дифракции света;

**1809 г.** Французский физик Этьен Малюс - опыты по поляризации света.

Но идеи Ньютона были настолько сильны, что пытались объяснить эти опыты исходя из корпускулярной теории.

**1840-1890 г.** опыты Физо, Фуко, Араго по измерению скорости света в воде.

Выяснилось, что она меньше чем в воздухе. Вроде, одна из идей Ньютона перестает быть объяснимой. Но после опытов Малюса идеи Гюйгенса тоже ставятся под сомнение, т.к. поперечная волна может распространяться только в твердых телах, т.е. эфир должен быть твердым и одновременно, мы его не замечаем.

**1870 г.** Английский физик Джеймс Максвелл, свет - поперечная электромагнитная волна;

Опыты по обнаружению эфира, тем не менее продолжаются.

**1884-1887 г.** Американский физик Майкельсон проводит серию опытов по определению эфирного ветра. Результат отрицательный. Эфира не существует.

**1870 г.** - Немецкий физик Генрих Герц открывает электромагнитные волны.

**Конец XIX века:** свет - поперечная электромагнитная волна с  $0,4 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 0,8 \text{ мкм}$ ,  $4,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \leq \lambda \leq 7,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . Самы волны материальны и свет не нуждается в среде распространения.

**1893-1905 г.** Опыты Релея, Джинса по изучению излучение абсолютно черного тела и то, как тела вообще излучают свет (не непрерывно). Опыты Столетова по изучению явления фо-

тоэффекта.

**1900 г.** Немецкий физик Макс Планк выдвинул идею, что излучение света происходит не непрерывно, а отдельными порциями - квантами (фотонами);

$$E = h\nu$$

где  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж · с - постоянная Планка

**1905 г.** Эйнштейн для объяснения явления фотоэффекта выдвинул гипотезу, что свет не только излучается порциями, но и поглощается порциями.

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$$

Итог:

*Трудами Планка, Эйнштейна, Бора была создана квантовая теория света, которая не отрицала волновой теории. Эта теория связывала волновые и квантовые свойства воедино.*

Самая простая часть оптики, известная полностью еще древним грекам, называется *Геометрической оптикой*.

## 17.2 Основные понятия геометрической оптики.

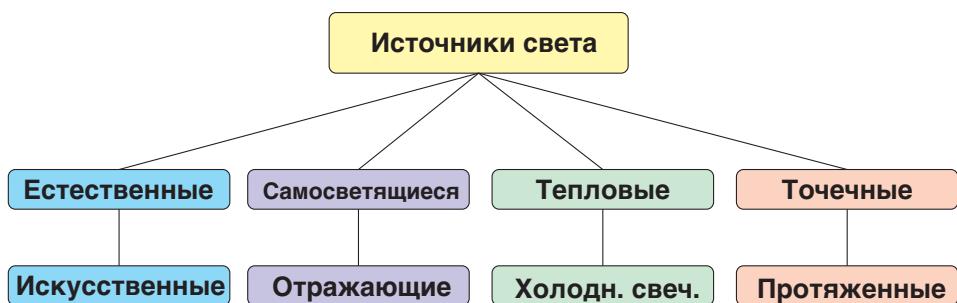
**Def.** Геометрическая оптика — раздел физики, изучающий распространение света в прозрачных средах, взаимодействие света с веществом и построение изображений, без учёта его волновых свойств.

### 17.2.1 Источники света.

Поскольку в геометрической оптике не учитываются волновые свойства света и не учитывается корпускулярно-волновой дуализм природы света, то в терминах будет использоваться просто слова - "свет" или "световое излучение".

**Def.** Источником света - физическое тело излучающее свет.

Проведем классификацию источников:

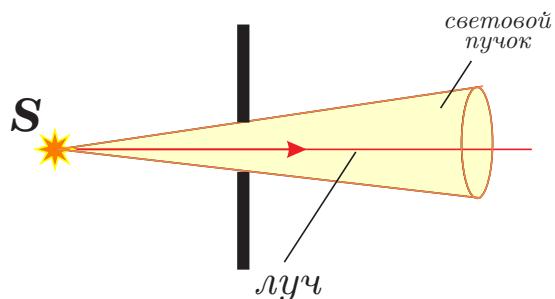


Любой источник света можно проклассифицировать по четырем признакам. Например Луна – естественный, светящий отраженным светом, холодного свечения, протяженный при наблюдении с Земли. Или лампа накаливания – искусственный, самосветящийся, тепловой, точечный или протяженный зависит от расстояния до наблюдателя.

**Def.** Точечным называется источник света, который можно принять за материальную точку и который равномерно светит во всех направлениях.

### 17.2.2 Луч.

**Def.** Световой пучок - ограниченная область светового излучения.



**Def.** Луч - абстрактное геометрическое понятие, характеризующее направление распространения светового излучения.

### 17.2.3 Распространение света.

#### Принцип Ферма.

Принцип, сформулированный в I в. Героном Александрийским для отражения света, в общем виде был сформулирован Пьером Ферма в 1662 году в качестве самого общего закона геометрической оптики.

**St. ➔**

*Свет между двумя точками пространства распространяется по такой траектории, время прохождения которой будет минимально.*

Используя это утверждение можно доказать основные законы геометрической оптики - закон отражения, закон преломления, закон прямолинейного распространения. Также справедливость этого утверждения подтверждается многочисленными экспериментами.

*Принцип Ферма представляет собой предельный случай принципа Гюйгенса — Френеля в волновой оптике для случая исчезающе малой длины волны света.*

**NB!**

Из принципа Ферма вытекает закон прямолинейного распространения света.

**Law ➔**

*Закон прямолинейного распространения света  
В оптически однородной среде между двумя точками свет распространяется по прямой линии.*

Экспериментальное доказательство прямолинейности распространения:

#### Тень и полутень.

Образование четкой тени от точечных источников и областей тени и полутени от протяженных источников является экспериментальным подтверждением прямолинейности распространения.



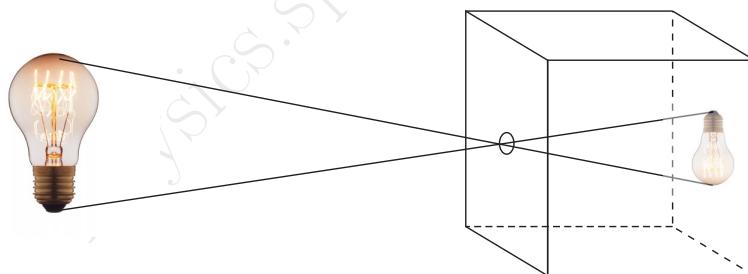
**Def.** Тень - область пространства куда не попадает свет от данного источника.

**Def.** Полутень - область пространства, частично освещенная данным источником.

### Камера-обскура.

Камера-обскура, в переводе с латинского - темная комната.

Представляет собой светонепроницаемый ящик с отверстием в одной из стенок и экраном (матовым стеклом или тонкой белой бумагой) на противоположной стороне. Лучи света, проходя сквозь малое отверстие (диаметр которого приблизительно 0,1–5,0 мм), создают перевёрнутое изображение на экране.



Получение изображения при помощи камера-обскура, также является доказательством прямолинейного распространения света.

#### 17.2.4 Предмет и его изображение

Предмет можно представить, как множество точечных источников света, которые являются либо источниками отраженного света, либо самосветящимися источниками.

**St. →**

*От каждой точки предмета идут расходящиеся лучи.*

Если предмет расположен далеко от точки наблюдения, как например Солнце относительно Земли, то в этом случае можно считать лучи идущие от предмета параллельными.

*Солнценые лучи падающие на поверхности Земли, можно считать параллельными друг другу.*

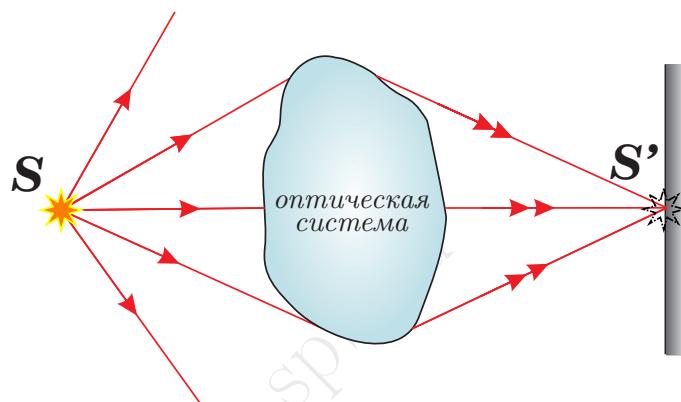
**NB!**

В геометрической оптике нас будет интересовать не только распространение света, но и то, как свет проходит через оптически прозрачные тела, например через стекло, воду и т.п. Зачастую, при прохождении света через оптически прозрачные тела, меняется ход лучей.

**Def.** Оптической системой называется система прозрачных (или отражающих) для света тел, способных изменять первоначальный ход лучей.

### Действительное изображение.

От любой точки источника света лучи будут либо расходящимися, либо можно будет считать параллельными, при наблюдении на большом расстоянии. Например лучи от Солнца при падении на Землю, можно считать параллельными.



**Def.** Точка, в которой сходятся все или часть лучей, исходящих от одной точки предмета называется действительным изображением

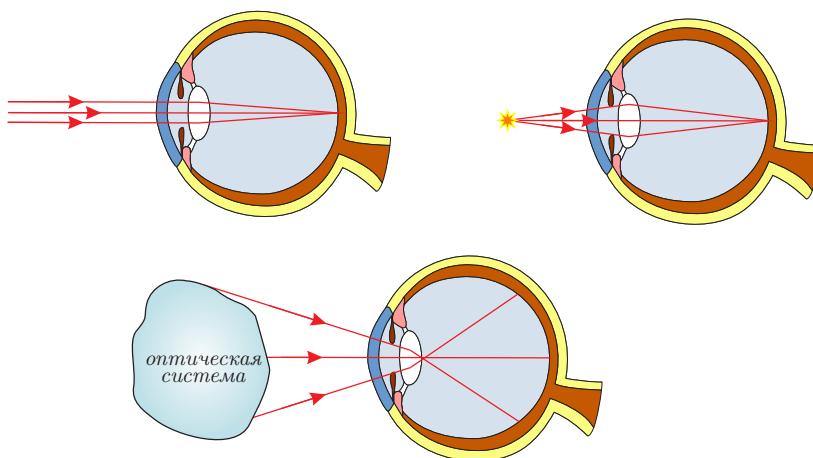
Характерно особенностью действительного изображения является то, что его можно получить на экране или зафиксировать на светочувствительном элементе, без участия таких оптических систем, как человеческий глаз.

NB!

### Мнимое изображение.

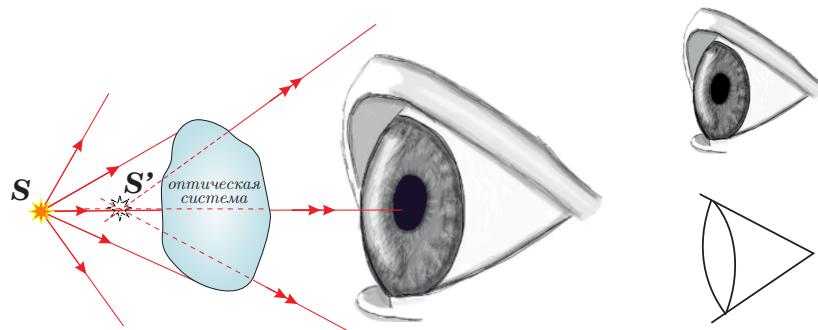
Еще есть возможность получиться изображение, используя человеческий глаз.

Наш глаз представляет оптическую систему, которая изменяет ход лучей, собирая лучи, идущие от каждой точки предмета снова в одну точку. Так на сетчатке получается действительное изображение.



Если в глаз попадают расходящиеся или параллельные лучи, то глаз их соберет в одну точку и мы увидим четкое изображение на сетчатке. Если в глаз попадают сходящиеся лучи, то мы видим расплывчатое пятно.

Но ход лучей, попадающих в глаз можно изменить (отражение, преломление, отклонение от прямолинейного распространения). Что мы увидим, если в глаз попадут расходящиеся лучи, но прошедшие через оптическую систему?

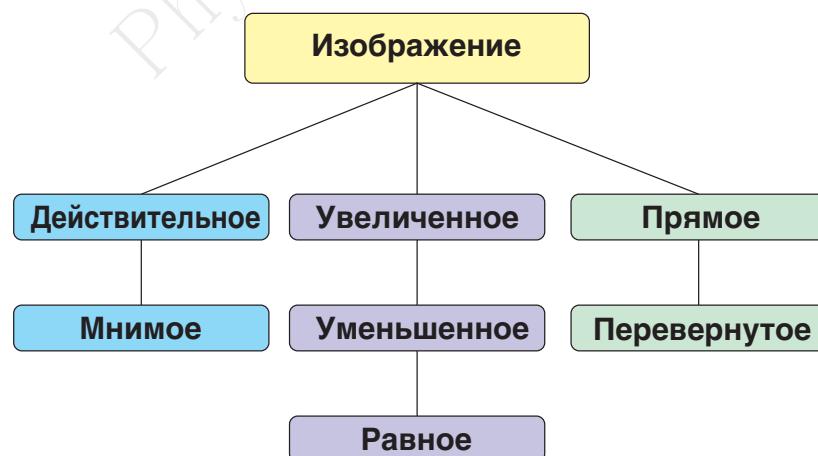


**Def.** Точка, в которой пересекаются прямые, являющиеся продолжением попадающих в глаз лучей называется **мнимым изображением точки**.

Таким образом мнимое изображение получается в результате совместного действия оптической системы и человеческого глаза.

#### Классификация изображения.

Тогда, каждое изображение можно характеризовать по трем признакам:



При построении изображения в геометрической оптике, классификация обязательна. Если при этом изображение мнимое, обязательно изображение глаза там, где лучи должны попасть в глаз.

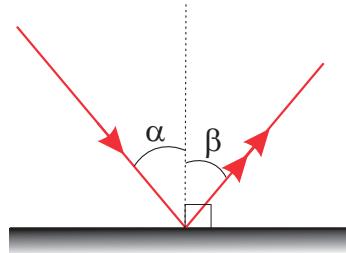
NB!

## 17.3 Отражение света.

Рассмотрим отражение света от поверхности.

**Def.** Отражение света — это изменение направления распространения света при падении на границу раздела двух сред, в результате чего свет продолжает распространяться в первой среде.

Введем понятия угол падения и угол отражения. Углы отсчитываются относительно нормали, а не плоскости поверхности, от которой происходит отражение.



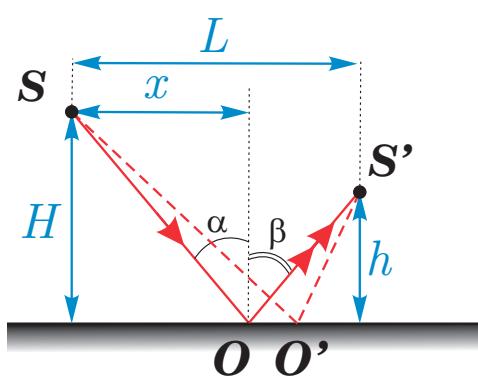
**Def.** Угол падения это угол между падающим лучом и нормалью проведенной в точке падения. Угол отражения это угол между отраженным лучом и нормалью проведенной в точке падения.

### 17.3.1 Закон отражения.

Law →

*Закон отражения. Луч падающий, луч отраженный и нормаль проведенная в точку падения лежат в одной плоскости. Угол падения равен углу отражения.*

$$\alpha = \beta$$



Доказательство (через принцип Ферма):

Будем считать, что до отражения и после отражения свет распространяется в оптически однородной среде со скоростью  $v$ .

Пусть падающий луч проходящий через точку  $S$  после отражения проходит через точку  $S'$ . Предположим, что свет при этом может распространяться двумя путями, отразившись в точке  $O$  и отразившись в точке  $O'$ .

Найдем время, которое потребуется для прохождения светом пути  $SOS'$ :

$$t(x) = \frac{|SO|}{v} + \frac{|OS'|}{v} = \frac{\sqrt{H^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{h^2 + (L-x)^2}}{v}$$

Это время будет зависеть от того, в какой точке произошло отражение света, т.е. от  $x$ .

В соответствии с принципом Ферма, время прохождения пути по траектории  $SOS'$  должно быть минимальным. Т.е. Если взять путь света через точку  $O'$ , то время окажется больше.

Для нахождения минимальности времени, продифференцируем функцию  $t(x)$  по координате  $x$  и приравняем первую производную нулю:

$$\frac{dt}{dx} = t'_x = \frac{1}{v} \left( \frac{x}{|SO|} - \frac{L-x}{|OS'|} \right) = \frac{1}{v} (\sin \alpha - \sin \beta) = 0$$

Отсюда получается, что время будет минимальным, если  $\sin \alpha = \sin \beta$ . Учитывая, что угол падения и угол отражения острые, то из равенства синусов следует равенство углов:

$$\boxed{\alpha = \beta}$$

qed. ■

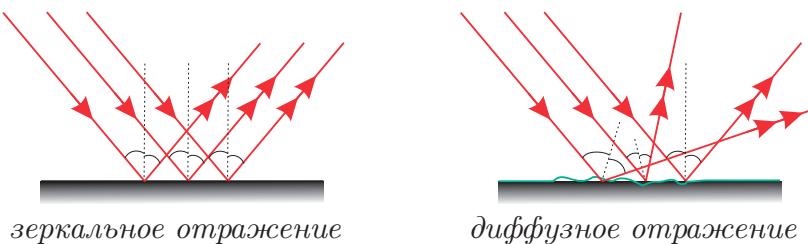
### Следствия:

1. Луч, падающий нормали после отражения идет сам по себе
2. "Обратимость лучей если пустить луч по отраженному, то после отражения он пойдет по падающему.

$$\square \alpha' = \beta, \beta = \alpha, \beta' = \alpha' \Rightarrow \beta' = \alpha$$

#### 17.3.2 Виды отражения.

Все тела, которые мы видим, отражают свет, но в зеркале мы видим свое отражение, а в парте - нет. Почему?



Для объяснения двух видов отражения, придется воспользоваться волновой теорией света. Пусть  $d$  - характерный размер шероховатости, на поверхности тела,  $\lambda$  - длина световой волны.

1. Если поверхность хорошо отшлифована  $d \leq \lambda$ , то отражение будет зеркальным.

**Def.** При зеркальном отражении телесный угол, в котором распространяется свет, не изменится.

2.  $d > \lambda$ , тогда отражение будет диффузным.

Выполняется ли здесь закон отражения света? Да, выполняется, только для каждого элемента поверхности.

**Def.** При диффузном(рассеянном) отражении телесный угол, в котором распространяется свет, увеличивается.

## 17.4 Плоское зеркало.

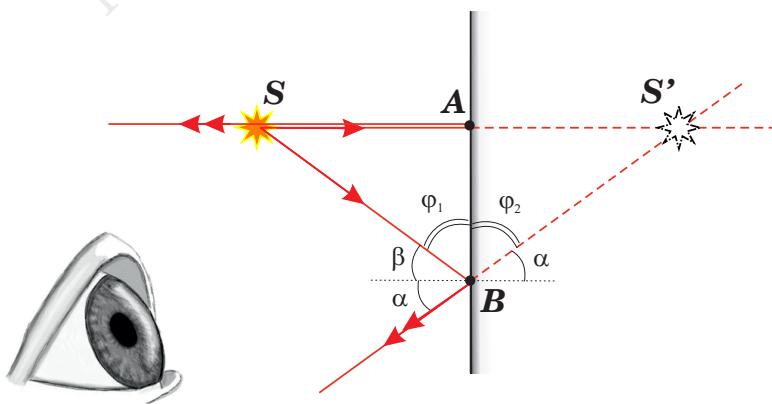
**Def.** Плоское зеркало - плоская зеркально отражающая поверхность.

В идеальном случае - это зеркально отражающая поверхность, для которой нет поглощения и преломления энергии.

$$\Phi_{\text{пад}} = \Phi_{\text{отр}} + \Phi_{\text{погл}} + \Phi_{\text{преломл}} = \Phi_{\text{отр}}$$

### 17.4.1 Изображение в плоском зеркале.

Для построения изображения необходимо построить ход, как минимум, двух лучей. Возьмем точечный источник света  $S$ . Построим два исходящих луча. Один, который падает на зеркало перпендикулярно в точке  $A$ , отразится сам по себе. Второй падает на зеркало под углом, например в точке  $B$ , он отразится в соответствии с законом отражения под тем же углом, относительно нормали.



После отражения от зеркала, оба луча будут расходящимися. Они не смогут пересечься, поэтому для формирования изображения потребуется глаз. Если расходящиеся лучи попадут в глаз, то мы увидим мнимое изображение в точке  $S'$ , точке пересечения продолжения двух отраженных лучей.

Посмотрим, где будет находиться это мнимое изображение.

$$\triangle SAB = \triangle S'AB$$

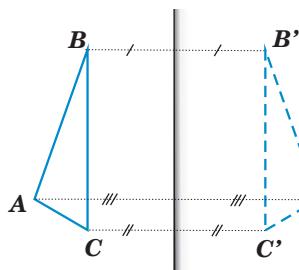
так как, сторона  $AB$  - общая,  $\alpha = \beta \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$$\Rightarrow |SA| = |S'A|$$

*Изображение точки получается на таком же расстоянии, но за зеркалом.*

### 17.4.2 Изображение протяженного предмета.

Воспользуемся тем, что изображение получается на равном расстоянии и построим изображение предмета.



Характеристики получившегося изображения: прямое, равное, мнимое, перевернутое слева на право.

*Плоское зеркало не меняет угла между лучами. Расходящийся луч остается расходящимся, поэтому плоское зеркало не может дать действительное изображение. Изображение, даваемое плоским зеркалом мнимое, прямое, симметричное, относительно зеркала, равное предмету, повернутое слева направо.*

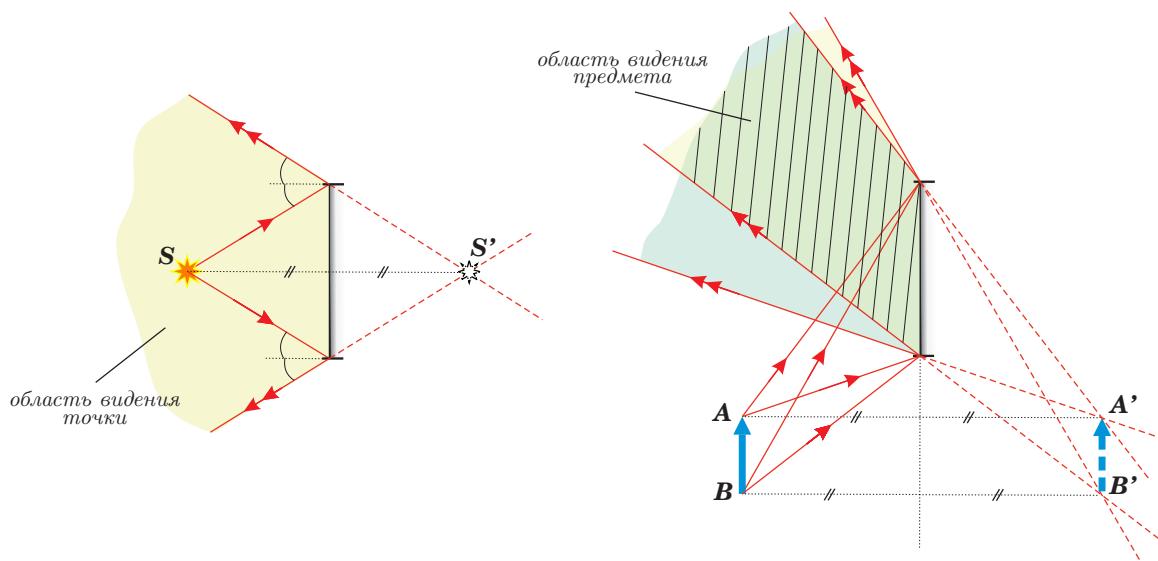
*Мнимое изображение к зеркалу получается благодаря совместному действию зеркала и глаза.*

NB!

### 17.4.3 Область видения.

В чём отличие предмета от его изображения? Давайте рассмотрим на примере плоского зеркала. Ваше отражение в зеркале, можно увидеть не из всех точек, а вас можно увидеть со всех сторон, поэтому:

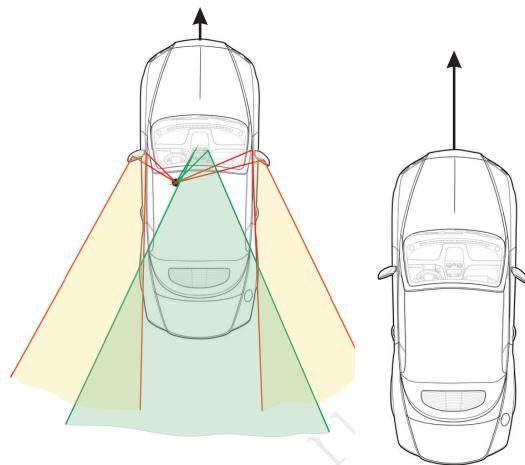
*Реальную точку предмета можно увидеть со всех сторон, а изображение только внутри ограниченного телесного угла, называемого областью видения.*



**Область видения на примере автомобиля.**

Водитель в автомобиле может использовать три зеркала, которые обычно бывают плоскими: одно салонное зеркало, и два боковых. В этих зеркалах он видит ограниченную область пространства.

Пользуясь обратимостью лучей, можно построить области видения водителя в этих зеркалах.



Из построения видно, что при определенном положении автомобилей вы не будете видеть ни в одном зеркале, обгоняющий вас справа автомобиль.

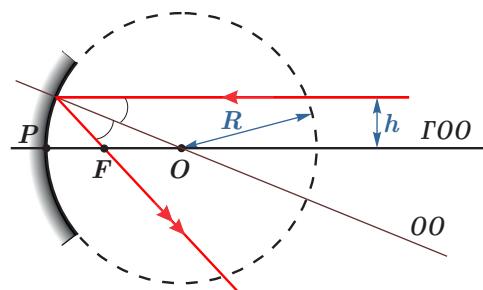
## 17.5 Сферическое зеркало.

Плоское зеркало не меняет телесного угла в котором распространяется свет. Для того, чтобы сконцентрировать световую энергию (уменьшить телесный угол) или увеличить область видения, поверхность зеркала искривляют.

Самым распространенным из "кривых зеркал" являются сферическое и параболическое зеркала. Подробно займемся изучением сферических зеркал.

**Def.** Сферическим зеркалом называется поверхность сферического сегмента, с зеркально отражающей поверхностью с внешней или внутренней стороны.

### 17.5.1 Элементы сферических зеркал



(.) $O$  - оптический центр зеркала - центр сферической поверхности.

(.) $P$  - полюс зеркала – вершина поверхности шарового сегмента.

Любая прямая, проходящая через (.) $O$  называется оптической осью. А прямая  $OP$  - главной оптической осью(ГОО)

Параксиальный пучок лучей - это пучок лучей, идущих параллельно главной оптической оси на расстоянии много меньшем радиуса зеркала( $h \ll R$ )

**Главный фокус** - это точка, в которой сходится параксиальный пучок лучей (или их продолжение), после отражения от зеркала.

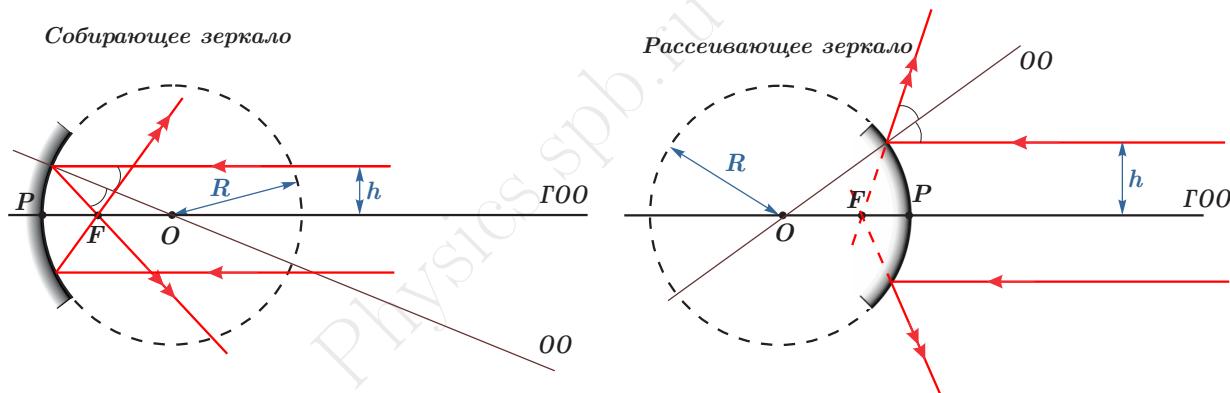
Обратимся к точке О с точки зрения хода лучей. Из определения ясно, что угол падения на зеркало любого луча, проходящего через оптический центр, равен  $0^\circ$ . Тогда после отражения этот луч изменит направление на  $180^\circ$ , т.е. пойдет по падающему.

*Если падающий на зеркало луч проходит через оптический центр, то отраженный идет по падающему.*

Все сказанное выше справедливо всегда. Но! Из первых рисунков и опытов видно, что сферическое зеркало обладает способностью собирать лучи. Действительно ли все параллельные ГОО лучи собираются в одной точке? Нет. Из опыта:

### 17.5.2 Классификация сферических зеркал

Сферические зеркала делят на два вида, по их способности собирать или рассеивать лучи.



Из рисунка видно, что

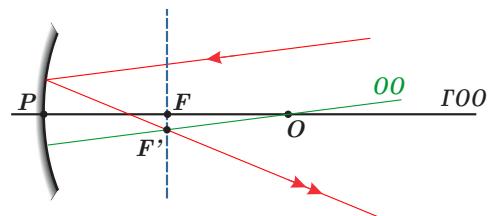
*Сферические зеркала меняют угол между лучами. Вогнутое зеркало параллельные лучи собирает(собирающее), выпуклое - рассеивает (рассеивающее)*

### 17.5.3 Ход непараксиального луча.

Непараксиальный луч после отражения от зеркала, проходит через побочный фокус. Для нахождения побочного фокуса, нужно построить фокальную плоскость и оптическую ось, параллельную падающему лучу.

*Фокальная плоскость - это плоскость, перпендикулярная главной оптической оси и проходящая через главный фокус.*

Там где оптическая ось, параллельная падающему лучу, пересечет фокальную плоскость, будет находиться побочный фокус для данного луча.

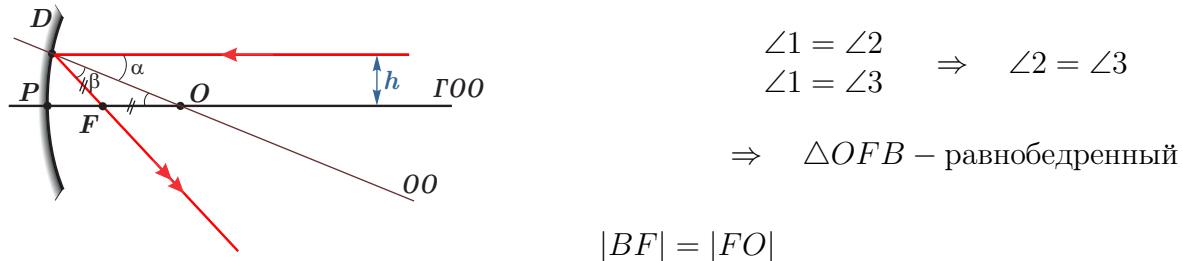


*Название "фокальная" связано с тем, что эта плоскость содержит бесконечное количество побочных фокусов.*

**NB!**

*Побочный фокус - точка пересечения оптической оси, параллельной падающему непараксиальному лучу с фокальной плоскостью.*

#### 17.5.4 Соотношение между фокусным расстоянием и радиусом зеркала.



Т.к. рассматриваем осевой пучок

$$\begin{aligned} |BF| &= |O_1F| \\ |BF| &= |FO| \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{OO_1}{2} = \frac{R}{2}$$

$$F = \frac{R}{2}$$

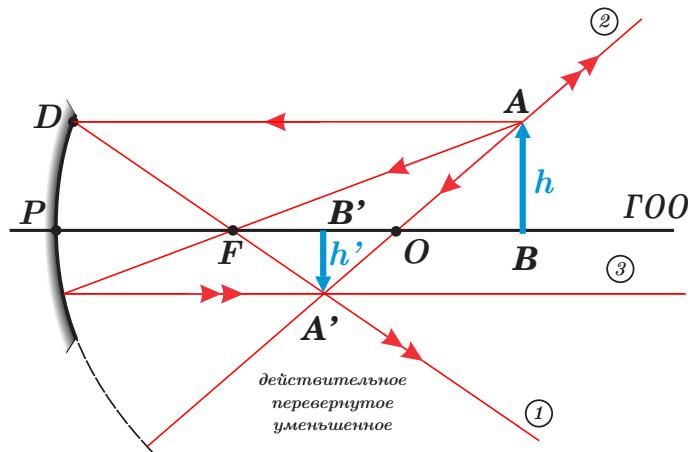
Применение зеркал:

*Собирающие - концентрация энергии, рассеивающие - расширение области видения*

Все зеркала заднего вида в автомобилях - это выпуклые зеркала

#### 17.5.5 Построение изображений в сферических зеркалах

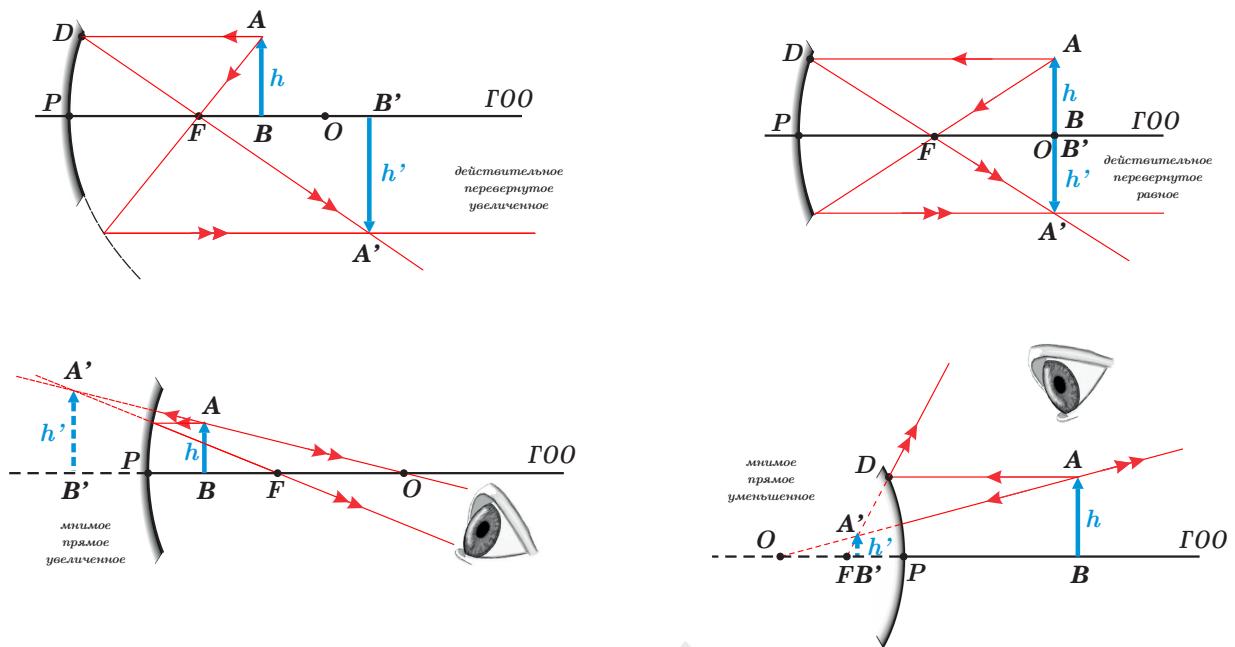
Изображение точки всегда можно построить пользуясь двумя лучами, т.к. все остальные пересекаются в той же точке.



1.Луч, идущий параллельно  $\Gamma OO$ , после отражения проходит через фокус

2.Луч, идущий через фокус, после отражения проходит параллельно  $\Gamma OO$

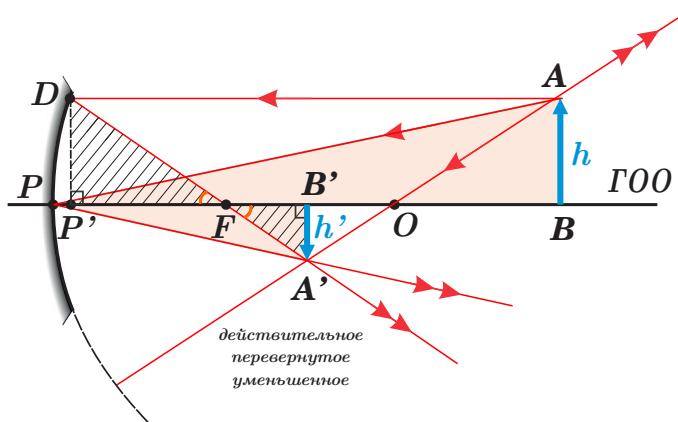
3. Луч, идущий по оптической оси, после отражения идет по той же оси.



### 17.5.6 Формула сферического зеркала

Формула сферического зеркала связывает между собой три характерных для зеркала величины:  $d = |O_1B|$  - расстояние от предмета до зеркала,  $F = |O_1F|$  - фокусное расстояние,  $f = |O_1B'|$  - расстояние от зеркала до изображения.

Сделаем построение для собирающего зеркала для случая  $d > 2F$ . Для этого достаточно было бы двух лучей. Один параксиальный луч ( $AD$ ) отразится через фокус ( $F$ ). Второй прошедший через оптический центр ( $AO$ ), отразится сам по себе. И уже зная где будет изображение, построим третий луч: луч попавший в вершину зеркала ( $AP$ ), после отражения пройдет через точку пересечения двух первых отразившихся лучей ( $A'$ ). Здесь мы пользуемся тем, что все лучи испущенные данной точкой предмета и попавшие на зеркало, собираются в одной точке изображения.



Увеличение даваемое оптической системой:

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{|A'B'|}{|AB|} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{f}{d} \approx \frac{F}{d-F} = \frac{f-2F}{2F-d}$$

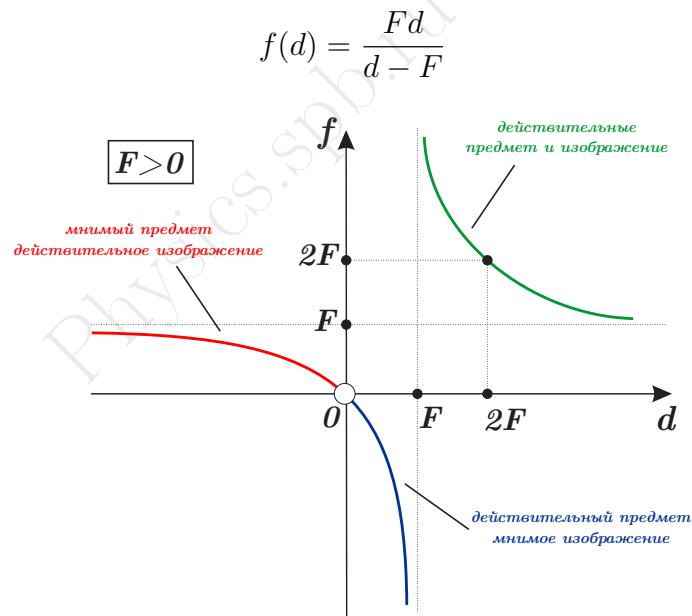
$$\frac{f}{d} = \frac{F}{d-F} \Rightarrow fd - fF = df \Leftrightarrow fd = dF + fF | : df F$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$$

Правило знаков:

1.  $F > 0$  - собирающее зеркало,  $F < 0$  - рассеивающее зеркало;
2.  $f > 0$  - действительное изображение,  $f < 0$  - мнимое изображение;
3.  $d > 0$  - действительный предмет,  $d < 0$  - мнимый предмет;

Рассмотрим все возможные варианты получения изображения в собирающем зеркале. Для этого построим зависимость  $f(d)$  при заданном фиксированном  $F > 0$ .



Из графика видно, что для собирающего зеркала есть три возможных варианта. Первый соответствует  $d > F$ : действительный предмет ( $d > 0$ ) и действительное изображение ( $f > 0$ ). Второй соответствует  $0 < d < F$ : действительный предмет ( $d > 0$ ) и мнимое изображение. Это случай, когда предмет поместили слишком близко к зеркалу, ближе фокусного расстояния. И третий случай соответствует  $d < 0$ : мнимый предмет (как результат прохождения света через другую оптическую систему) и действительное изображение. В этом случае от мнимого предмета на собирающее зеркало будут падать уже сходящиеся лучи, поэтому собирающее зеркало их в любом случае соберет и получится действительное изображение.

## 17.6 Преломление света. Закон преломления.

На границе раздела двух сред помимо отражения, происходит одновременно поглощение света и преломление, если вторая среда оптически прозрачная.

Рассмотрим теперь, что происходит при преломлении света.

**Def.** Преломление света – это изменение направления распространения света при переходе из одной оптически прозрачной среды в другой.

Основной причиной преломления связано с изменением скорости распространения света. А скорость зависит от оптических свойств среды и частоты электромагнитной волны.

$$\begin{aligned}c &= 300\ 000 \text{ км}/\text{с} = 3 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с} \\v_{\text{вода}} &= 225\ 000 \text{ км}/\text{с} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с} \\v_{\text{стекло}} &= 200\ 000 \text{ км}/\text{с} = 2,0 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}\end{aligned}$$

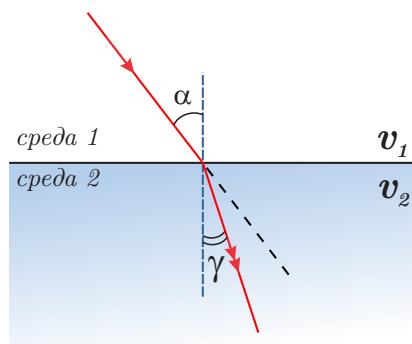
Среда, скорость распространения в которой у света меньше называется оптически более плотной

Закон отражения и закон преломления при малых углах падения был известен еще древним грекам и египтянам.

Закон преломления для любых углов был открыт в 1621 году голландским математиком Виллебордом Снеллиусом. Несколько позднее опубликован (и, возможно, независимо переоткрыт) Рене Декартом.



**Луч падающий, луч преломленный и нормаль в точке падения лежат в одной плоскости. При этом синус угла падения относится к синусу угла преломления относятся, как скорость в первой среде к скорости во второй среде.**

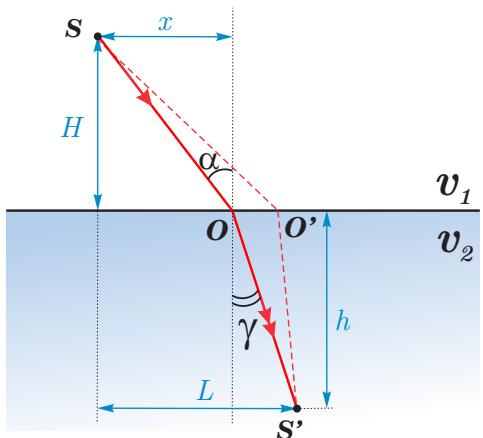


$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21} = \text{const}$$

**Def.** Угол преломления это угол между преломленным лучом и нормалью проведенной в точке падения.

**Доказательство (через принцип Ферма):**

Пусть в первой среде свет распространяется со скоростью  $v_1$ , а во второй среде со скоростью  $v_2$ .



Пусть падающий луч проходящий через точку  $S$  после преломления проходит точку  $S'$ . Предположим, что свет при этом может распространяться двумя путями, преломившись в точке  $O$  и преломившись в точке  $O'$ .

Найдем время, которое потребуется для прохождения светом пути  $SOS'$ :

$$t(x) = \frac{\sqrt{H^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{h^2 + (L - x)^2}}{v_2}$$

Это время будет зависеть от того, в какой точке произошло преломление, т.е. от  $x$ .

В соответствии с принципом Ферма, время прохождения пути по траектории  $SOS'$  должно быть минимальным. Для нахождения минимального времени, продифференцируем функцию  $t(x)$  по координате  $x$  и приравняем первую производную нулю:

$$\frac{dt}{dx} = t'_x = \frac{1}{v_1} \frac{x}{|SO|} - \frac{1}{v_2} \frac{L - x}{|OS'|} = 0$$

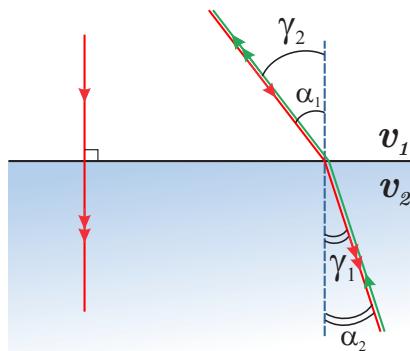
$$\frac{\sin \alpha}{v_1} - \frac{\sin \gamma}{v_2} = 0$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{v_1}{v_2}$$

qed. ■

### Следствия:

1. Луч, падающий нормали, преломится по нормали;



2. "Обратимость лучей если пустить луч по преломленному, то после преломления он пойдет по падающему".

Если учесть, что все углы острые, тогда:

$$\square \alpha_2 = \gamma_1, \frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} = \frac{v_1}{v_2}, \frac{\sin \alpha_2}{\sin \gamma_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} = \frac{v_2}{v_1} \sin \alpha_1 \frac{1}{\sin \gamma_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_1 = \sin \gamma_2 \Rightarrow \gamma_2 = \alpha_1$$

### Коэффициент преломления.

**Def.** Абсолютный показатель(коэффициент) преломления это характеристика данной среды, которая показывает во сколько раз скорость света в вакууме больше, чем в данной среде.

$$n = \frac{c}{v}$$

Если свет идет из одной среды в другую, то для двух данных сред принято вводить относительный коэффициент преломления, который можно определить через абсолютные для двух данных сред.

$$n_1 = \frac{c}{v_1}; n_2 = \frac{c}{v_2}; \Rightarrow n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{c} \cdot \frac{c}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

*Абсолютный показатель преломления определяется опытным путем.*

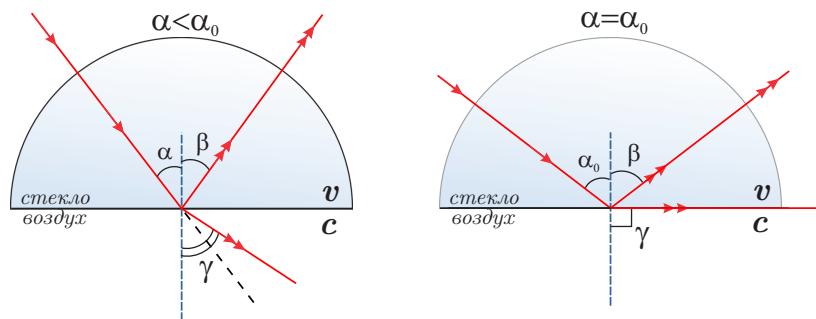
**NB!**

Например, показатель преломления воды  $n = \frac{4}{3}$ , что означает, что в вакууме свет распространяется на одну треть быстрее, чем в воде. И действительно, если взять скорости света в вакууме и в воде, то

$$n_{\text{воды}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2,25 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = \frac{4}{3}$$

### 17.7 Полное внутреннее отражение света.

Это явление было открыто Кеплером в 1600 году. Рассмотрим пример, когда свет идет из оптически более плотной среды в менее плотную. Например из стекла в воздух, тогда при определенном угле падения угол преломления станет равен  $\pi/2$  и свет будет полностью отражаться от границы раздела двух сред.



**Def.** Явление, при котором свет идет из оптически более плотной среды в оптически менее плотную и все падающие лучи отражаются от границы раздела двух сред, называется полным отражением.

**Def.** Угол падения, которому соответствовал бы угол преломления  $90^\circ$  называется предельным углом  $\alpha_0$ .

Если свет идет из среды в вакуум (воздух)

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{1}{n} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^\circ} = \sin \alpha_0$$

$$\boxed{\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}}$$

Экспериментальное определение предельного угла является одним из основных способов нахождения показателя преломления.

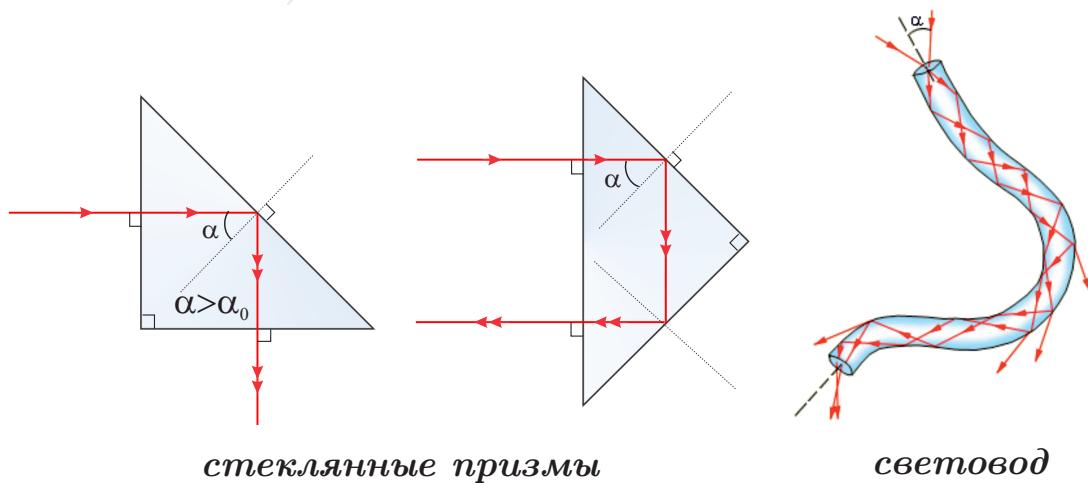
NB!

### 17.7.1 Применение полного внутреннего отражения

**Оптические системы:** В телескопах, микроскопах и других оптических приборах полное внутреннее отражение используется для изменения направления световых лучей.

**Медицина:** В эндоскопах и других медицинских инструментах полное внутреннее отражение помогает передавать свет в труднодоступные места.

**Коммуникация:** В оптических волокнах используется для передачи данных на большие расстояния с высокой скоростью.



**Пример 1**

На дне водоема глубиной 2 м лежит камень. Сверху на него смотрит человек. На какой глубине он будет видеть этот камень?

**Дано:**

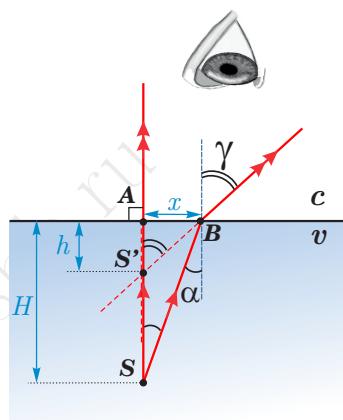
$$H = 2$$

$$n = 4/3$$

$$h - ?$$

**Решение:**

Рассмотрим два луча идущих от камня. Один, который идет перпендикулярно поверхности воды, преломится по нормали в (.)A, а второй преломится под большим углом в (.)B, т.е. идет из оптически более плотной среды в менее плотную.



Оба луча попадают в глаз и человек видит мнимое изображение в точке пересечения продолжения преломленных лучей в (.)S'. При этом учитывая размер человеческого зрачка, расстояние  $x$  между точками  $A$  и  $B$ , будет маленьким, т.е. углы  $\alpha$  и  $\gamma$  будут маленькими.

Из рисунка видно, что

$$\tg \alpha = \frac{|AB|}{|AS|} = \frac{x}{H} \quad \tg \gamma = \frac{|AB|}{|AS'|} = \frac{x}{h}$$

Поделим одно выражение на другое и учтем, что при малых углах тангенс и синус совпадают:

$$\frac{h}{H} = \frac{\tg \alpha}{\tg \gamma} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow$$

$$h = H \frac{3}{4} = 1,5 \text{ м}$$

**Ответ:**  $h = 1,5 \text{ м}$

**Пример 2**

На поверхности озера находится круглый плот, радиус которого равен 8 м. Глубина озера 2 м. Определить радиус полной тени от плота на дне озера при освещении воды рассеянным светом. Показатель преломления воды  $4/3$ .

**Дано:**

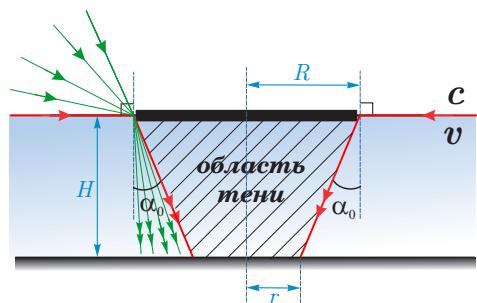
$$R = 8$$

$$H = 2$$

$$n = 4/3$$

$$h - ?$$

**Решение:**



Поскольку на плот падает рассеянный свет, это означает, что углы падения могут быть любыми. Рассмотрим луч, который идет практически параллельно поверхности воды. По обратимости лучей, он преломится под предельным углом. Таким образом, ни один луч не сможет преломиться под углом, большим, чем предельный, и это задает границы области тени.

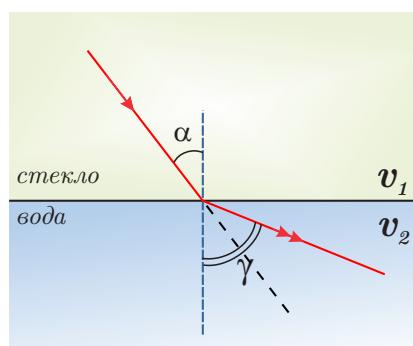
$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha_0 = \arcsin(0,75) \approx 49^\circ$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{R - r}{H} \Rightarrow r = R - H \tan \alpha_0 = (8 - 2 \cdot 1,14) \text{ м} = 5,72 \text{ м}$$

**Ответ:**  $r = 5,72 \text{ м}$

**Пример 3**

Найти показатель преломления стекла, относительно воды  $n_{\text{ст}} = 1.66$ ,  $n_{\text{в}} = 1.33$ . Будет ли существовать преломленный луч, если свет падает из стекла в воду под углом  $\alpha = 45^\circ$ ?



$$n_{\text{cb}} = \frac{n_{\text{ct}}}{n_{\text{b}}} = \frac{v_{\text{b}}}{v_{\text{ct}}} = \frac{c}{n_{\text{b}}} \frac{n_{\text{ct}}}{c} = \frac{n_{\text{ct}}}{n_{\text{b}}} = 1,24$$

Будет ли существовать преломленный луч? Для этого необходимо определить предельный угол:

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{1}{n_{\text{cb}}} = \arcsin 0,8 = 53^\circ \Rightarrow \alpha < \alpha_0$$

$\Rightarrow$  преломленный луч существовать будет

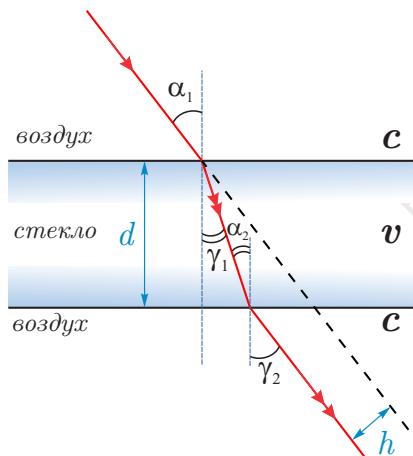
**Ответ:**  $n_{\text{cb}} = 1,24$ ; преломленный луч существовать будет.

## 17.8 Преломление в оптических стеклах.

**Def.** Оптические стекла - прозрачные тела, ограниченные плоскими или кривыми поверхностями.

### 17.8.1 Плоскопараллельные пластины

**Def.** Плоскопараллельная пластина - оптически прозрачное стекло, ограниченное двумя плоскими параллельными гранями.

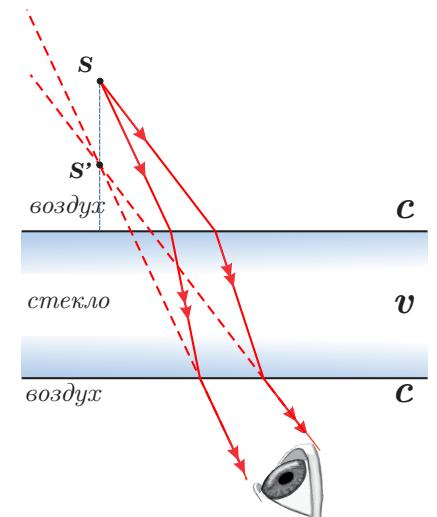


Рассмотрим ход лучей в плоскопараллельной пластине:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} = \frac{c}{v} = n \Rightarrow \sin \alpha_1 = n \sin \gamma_1$$

$$\gamma_1 = \alpha_2$$

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \gamma_2} = \frac{v}{c} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin \gamma_2 = n \sin \alpha_2 = n \sin \alpha_1 = \sin \alpha_1$$



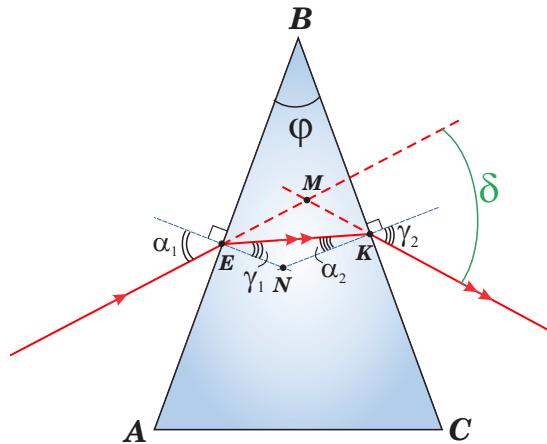
Луч света, проходя через плоскопараллельную пластину не меняет своего направления, а только смещается параллельно самому себе. Величина смещения зависит от  $h = f(\alpha, d, n)$

Что мы увидим, смотря через плоскопараллельную пластину? Можем ответить сразу, т.к. обычное оконное стекло является тонкой плоскопараллельной пластиной.

Изображение мнимое (т.к. не меняет угол), смещено по отношению к рассматриваемой точке. Величина смещения зависит от угла зрения, толщины пластин и ее показателя преломления.

### 17.8.2 Трехгранная призма

**Def.** Трехгранная призма - оптическое стекло в сечении имеющее форму треугольника.



AB,BC - преломляющие грани; AC - основание призмы;  $\varphi$  - преломляющий угол.  
Далее будем рассматривать призму из оптически более плотного материала.

*Призма, из оптически более плотного материала, всегда отклоняет луч к основанию.*

**NB!**

**Def.** Угол  $\delta$  между падающим лучом и преломленным лучом называется углом отклонения

**Def.** Призма называется тонкой, если  $\sin \varphi \approx \varphi$

Зависимость  $\delta = \delta(\varphi)$  для тонкой призмы.

$$MKNE : \quad \alpha_1 + \pi - \delta + \gamma_2 + \pi - \varphi = 2\pi \quad \Rightarrow \quad \delta = \alpha_1 + \gamma_2 - \varphi$$

$$\triangle EKN : \quad \begin{aligned} \angle ENK + \gamma_1 + \alpha_2 &= \pi \\ \angle ENK &= \pi - \varphi \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \pi - \varphi + \gamma_1 + \alpha_2 = \pi \quad \Rightarrow \quad \varphi = \gamma_1 + \alpha_2$$

Если угол  $\alpha_1$  - мал, тогда  $\gamma_1$  тоже будет мал. Если при этом преломляющий угол  $\varphi$  будет малым, тогда  $\alpha_2, \gamma_2$  тоже будут малыми. В этом случае

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} = n \quad \Rightarrow \quad \sin \alpha_1 = n \sin \gamma_1 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = n \gamma_1$$

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \gamma_2} = \frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad \sin \gamma_2 = n \sin \alpha_2 \quad \Rightarrow \quad \gamma_2 = n \alpha_2$$

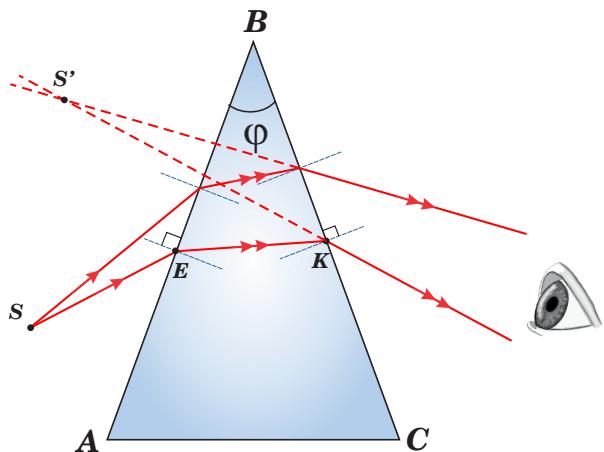
$$\delta = n \gamma_1 + n \alpha_2 - \gamma_1 - \alpha_2 = (n-1)(\gamma_1 + \alpha_2) = (n-1)\varphi$$

$$\delta = (n-1)\varphi$$

*Полученное выражение справедливо только для тонкой призмы при малых углах падения.*

NB!

Теперь давайте подумаем, что мы увидим, смотря сквозь призму?



Нарисуем два расходящихся луча от предмета  $S$ . После прохождения через призму они останутся расходящимися. Поэтому изображение можно получить в результате совместно действия призмы и глаза, т.е. оно будет мнимым.

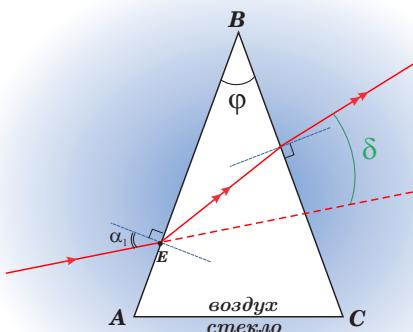
*Так как лучи отклоняются к основанию, то мнимое изображение "поедет" вверх.*

Изображение мнимое, смещенное к вершине призмы.

*Трехгранный призма не может собрать расходящиеся лучи и сформировать действительное изображение.*

NB!

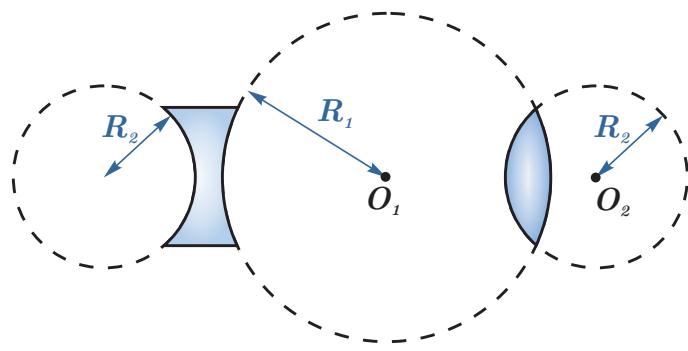
Если рассмотреть воздушную трехгранный призму внутри оптически более плотной среды, например внутри стекла, то в такой воздушной призме луч будет отклоняться не к основанию, а к вершине.



Но при этом расходящийся пучок лучей, по прежнему останется расходящимся.

## 17.9 Линзы.

**Def.** Линза – это оптически прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями.



В отличии от плоскопараллельной пластины и трехгранной призмы, некоторые виды линз позволяют получить действительное изображение.

Линзы позволяют получить действительное изображение предмета.

NB!

Линзы, так же как и сферические зеркала меняют угол между лучами.

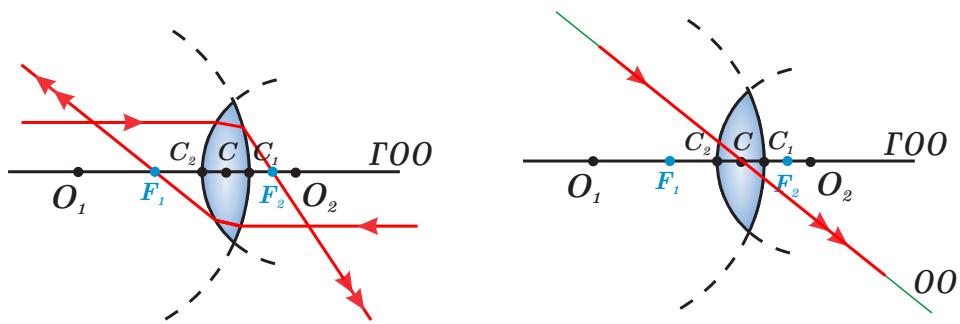
**Def.** Если линза параллельные лучи собирает в одной точке, то она называется собирающей, а если собирает в одной точке продолжение лучей – рассеивающей.

Свойство собирать или рассеивать лучи зависит от формы линзы и относительного показателя преломления материала линзы относительно окружающей среды.

Далее будем считать, что материал линзы оптически более плотный, чем материал окружающей среды. Например, линзы будут сделаны из стекла и находится в воздухе.

NB!

### 17.9.1 Элементы линз



Прямая проходящая через центры сфер  $O_1, O_2$  - главная оптическая ось

Параксиальный луч для которого  $h \ll \min\{R_1, R_2\}$

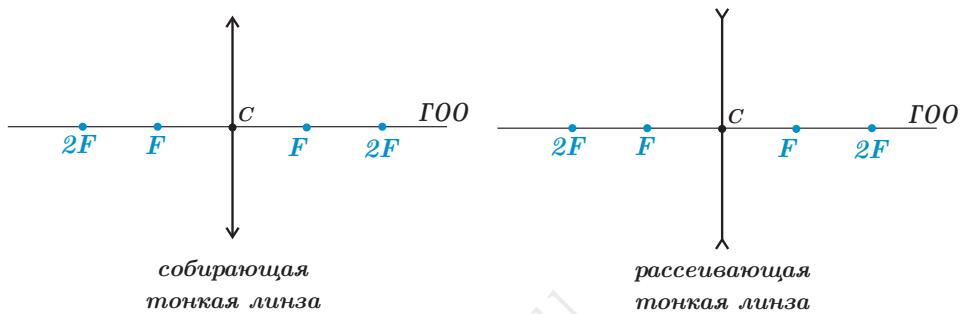
Главный фокус линзы – это точка, в которой сходится параксиальный пучок лучей (или их продолжение), после прохождения через линзу.

У линзы два главных фокуса, т.к. лучи могут проходить через линзу, падая на нее с двух сторон.

**NB!**

Если толщина линзы в районе главной оптической оси мала, т.е. если  $|C_1 C_2| \ll \min\{R_1, R_2\}$  и если  $R_1 = R_2$ , то линза называется тонкой.

На рисунках тонкая линза обозначается прямой с двумя стрелками (см. рисунок).

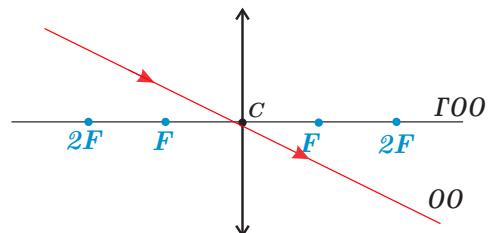


При рассмотрении тонких линз точки  $C_1$  и  $C_2$  сливаются в одну точку С - оптический центр линзы.

Какими свойствами он обладает?

Любой луч, проходящий через оптический центр, проходит через линзу не преломляясь.

Любая прямая, проходящая через оптический центр называется оптической осью.

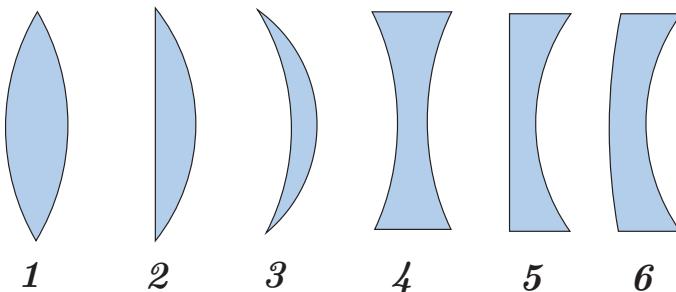


Фокусные расстояния тонкой линзы одинаковы  $F_1 = F_2 = F$

### 17.9.2 Классификация линз.

Для линз обычно применяют классификацию по следующим признакам:

- По форме поверхностей. Здесь нужно учитывать, что плоскость можно условно считать сферой бесконечно большого радиуса.



1 - двояковыпуклая

2 - плоско-выпуклая

3 - вогнуто-выпуклая

4 - двояковогнутая

5 - плоско-вогнутая

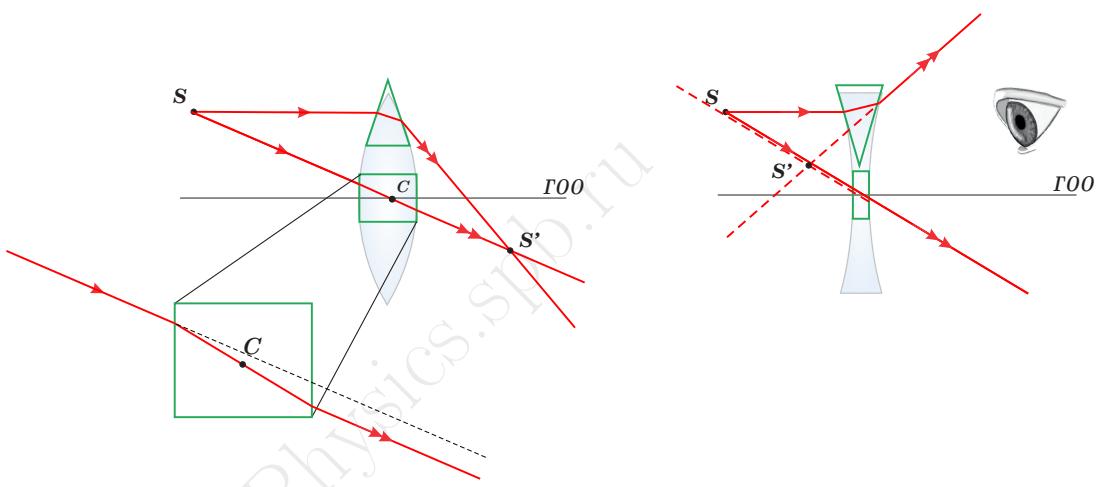
6 - выпукло-вогнутая

Первые три линзы будут собирающими, при условии что они из оптически более плотного материала, а вторые три линзы рассеивающими. Если материал линз будет оптически менее плотным, то первые три будут рассеивающими, а вторые три собирающими.

2. Тонкие и толстые – по величине  $|C_1 C_2|$  по сравнению с радиусами линзы.
3. Собирающие и рассеивающие – с учетом относительного коэффициента преломления, способность линзы собирать либо сами лучи, либо их продолжения.

### 17.9.3 Объяснение хода лучей в линзах.

Для объяснения хода лучей в линзе, воспользуемся плоскопараллельной пластиной и трехгранной призмой.



Часть линзы вблизи главной оптической оси можно представить, как плоскопараллельную пластину. Поэтому луч падающий по направлению оптического центра не будет менять своего направления, а только смещаться. При этом если линза тонкая, то смещением можно пренебречь и считать, что луч пройдет не преломляясь. Это объясняет свойство оптического центра:

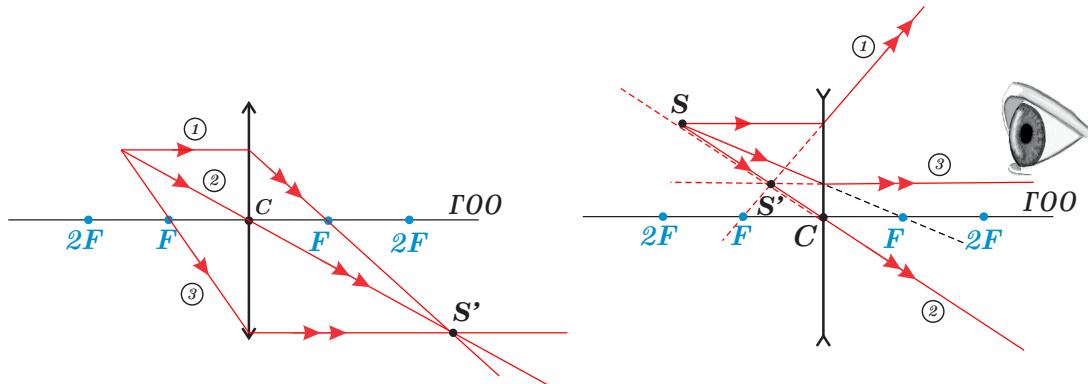
*Луч падающий в оптический центр линзы, проходит линзу без преломления.*

**NB!**

Ту часть линзы, которая находится не на главной оптической оси, можно представить как трехгранную призму. В призме мы уже рассматривали, что лучи отклоняются к основанию (если призма сделана из оптически более плотного материала, чем окружающая среда). Поэтому в собирающей линзе параксиальные лучи будут отклоняться в сторону главной оптической оси. Это и позволяет в итоге сформировать действительное изображение.

#### 17.9.4 Построение изображение в тонкой линзе.

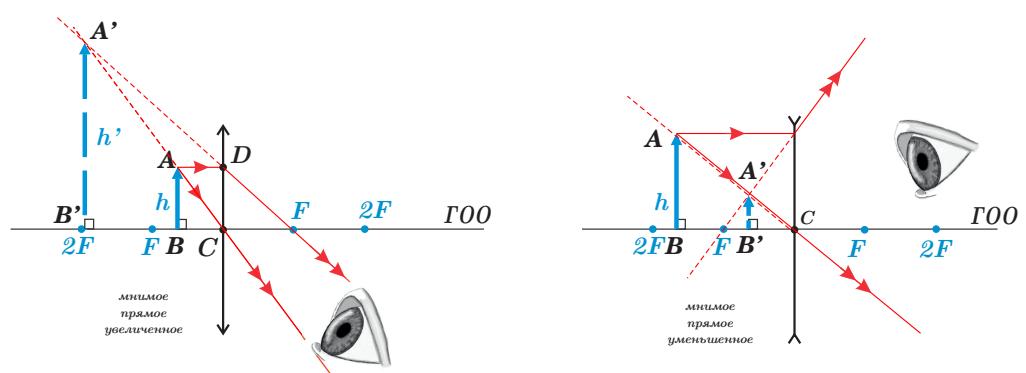
В тонкой линзе в простых ситуациях для построения используют два из трех простых лучей.



1. Луч, идущий параллельно  $\Gamma OO$ , после преломления проходит через фокус (или его продолжение проходит через фокус).

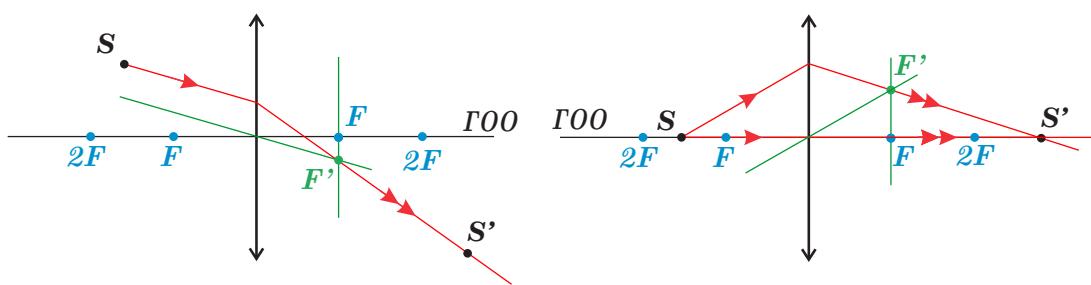
2. Луч, идущий по оптической оси, после преломления идет по той же оси.

3. Луч, идущий через фокус, после преломления проходит параллельно  $\Gamma OO$



Для построения непараксиальных лучей используются побочные фокусы. Для этого нужно построить оптическую ось, параллельную данному непараксиальному лучу и найти точку ее пересечения с фокальной плоскостью.

*Фокальная плоскость - плоскость перпендикулярная  $\Gamma OO$  и проходящая через фокус.*



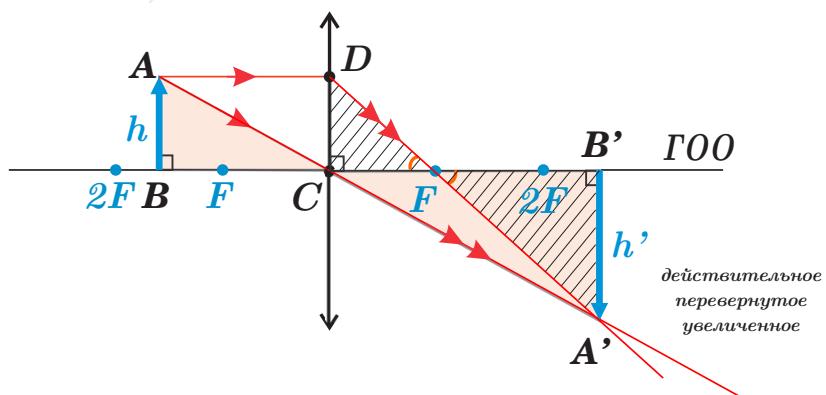
Используя побочные фокус можно построить изображение точечного источника, находящегося на главной оптической оси. Один луч от источника берется по главной оптической оси, он проходит через линзу не преломляясь. А второй любой другой, он не будет параксиальным и для него строится побочный фокус. Лучи прошедшие через линзу сформируют действительное изображение в точке пересечения на главной оптической оси.

### 17.9.5 Формула тонкой линзы.

Рассмотрим собирающую линзу и предмет расположенный между фокусом и двойным фокусом линзы.

Формула тонкой линзы связывает между собой три величины:  $d = |BC|$  - расстояние от предмета до зеркала,  $F = |CF|$  - фокусное расстояние,  $f = |CB'|$  - расстояние от линзы до изображения.

Построим изображение используя два луча. Первый  $AD$  после преломления пройдет через главный фокус. Второй  $AC$  пройдет через оптический центр не преломляясь. Оба луча после линзы пересекутся в точке  $A'$ . Для построения точки  $B'$  воспользуемся тем, что если предмет расположен перпендикулярно главной оптической оси, то его изображение тоже будет перпендикулярно ГОО.



$$\Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{|A'B'|}{|AB|}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C \Rightarrow \Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{|B'C|}{|BC|} = \frac{f}{d} \Rightarrow$$

$$\boxed{\Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{f}{d}}$$

Полученное выражение будет справедливо при всех построениях с любым типом линз.

$$\triangle DCF \sim \triangle A'B'F \Rightarrow \Gamma = \frac{|B'F|}{|CF|} = \frac{f - F}{F}$$

Данное выражение является частным, только для данного построения.

Объединим полученные выражения:

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{f - F}{F} \Rightarrow fF = df - dF : fFd \Rightarrow \frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$$

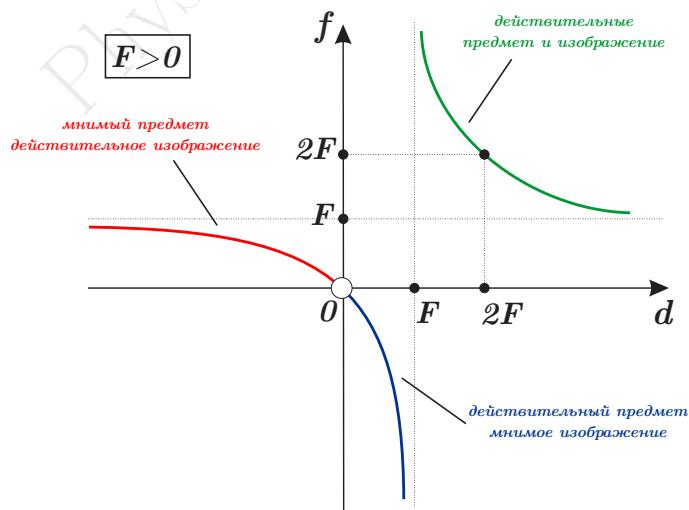
Для того, чтобы учесть все варианты построений с разными линзами, вводят правило знаков.

Правило знаков:

1.  $F > 0$  - собирающая линза,  $F < 0$  - рассеивающее линза;
2.  $f > 0$  - действительное изображение,  $f < 0$  - мнимое изображение;
3.  $d > 0$  - действительный предмет,  $d < 0$  - мнимый предмет;

Рассмотрим все возможные варианты получения изображения в собирающей линзе. Для этого построим зависимость  $f(d)$  при заданном фиксированном  $F > 0$ .

$$f(d) = \frac{Fd}{d - F}$$



Из графика видно, что для собирающей линзы есть три возможных варианта. Первый соответствует  $d > F$ : действительный предмет ( $d > 0$ ) и действительное изображение ( $f > 0$ ). Второй соответствует  $0 < d < F$ : действительный предмет ( $d > 0$ ) и мнимое изображение. Это случай, когда предмет поместили слишком близко к линзе, ближе фокусного расстояния. И третий случай соответствует  $d < 0$ : мнимый предмет (как результат прохождения света через другую оптическую систему) и действительное изображение. В этом случае от мнимого предмета на собирающую линзу будут падать уже сходящиеся лучи, поэтому собирающая линза их в любом случае соберет и получится действительное изображение.

**Пример 1**

Главное фокусное расстояние рассеивающей линзы равно 12 см. Изображение предмета находится на расстоянии 9 см от линзы. Чему равно расстояние от предмета до линзы?

**Дано:**

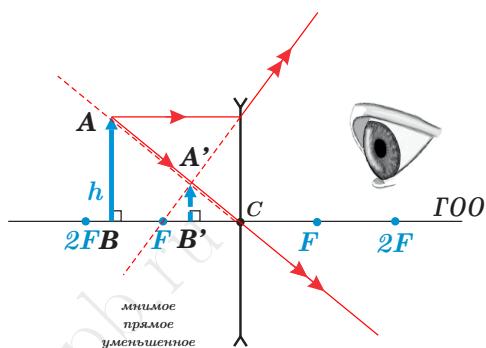
$$F = 12 \text{ см}$$

$$f = 9 \text{ см}$$

$$\underline{d - ?}$$

**Решение:**

Сделаем построение соответствующее условию задачи. Линза рассеивающая, изображение ближе фокуса, следовательно оно уменьшенное, прямое и мнимое.



Запишем формулу тонкой линзы для данного случая с учетом знаков:

$$-\frac{1}{|F|} = \frac{1}{d} - \frac{1}{|f|}$$

$$d = \frac{|f| \cdot |F|}{|F| - |f|} = \frac{9 \text{ см} \cdot 12 \text{ см}}{(12 - 9) \text{ см}} = 36 \text{ см}$$

**Ответ:**  $d = 36 \text{ см}$

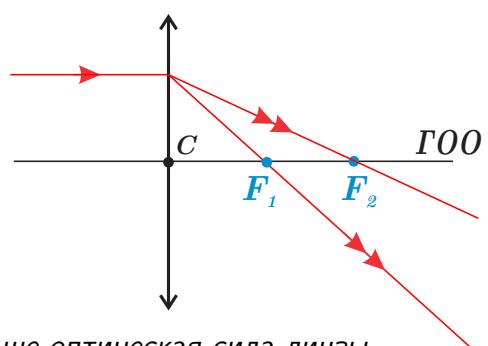
### 17.9.6 Оптическая сила линзы.

$$D = \frac{1}{F}$$

Оптическая сила характеризует преломляющую способность.

Единицы измерения:  $[D] = 1 \text{ дптр}$ (диоптрия)

Чем короче фокус, тем линза сильнее преломляет, тем больше оптическая сила линзы.



$$F_1 < F_2 \Rightarrow D_1 > D_2$$

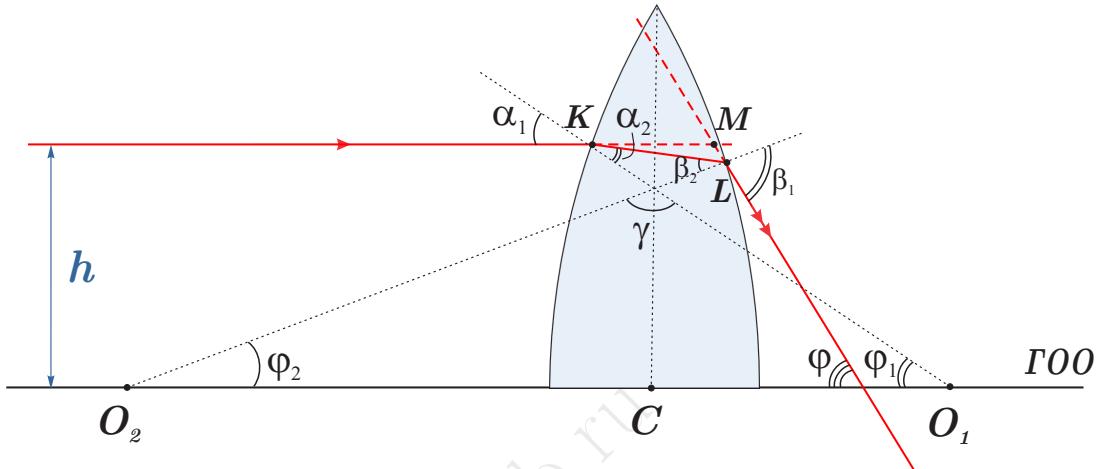
Для оптической силы линзы сохраняется правило знаков.

**NB!**

### 17.9.7 Общая формула линзы.

Мы рассмотрели ход лучей в линзах. По данной вами формуле  $D$  зависит от показателя преломления и от радиусов. Формула автоматически учитывает собирающая линза или рассеивающая. Если для линзы поверхность вогнутая, то  $R < 0$ , если выпуклая, то  $R > 0$

Выведем эту формулу исходя из геометрической оптики:



$$h \ll R_1 = R_2$$

$$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma = \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma = \pi \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\beta_1 = \varphi + \varphi_2 \text{ (внешний)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n \Rightarrow \sin \alpha_1 = n \sin \alpha_2 \Rightarrow (\text{мал}), \alpha_1 = n \alpha_2$$

Аналогично  $\beta_1 = n \beta_2$

$$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 = n(\alpha_2 + \beta_2) = n(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$\alpha_1 = \varphi_1$  - соответственные углы

$$\Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi = n(\varphi_1 + \varphi_2) \Rightarrow \varphi = (n-1)(\varphi_1 + \varphi_2)$$

Углы малы, следовательно

$$\begin{aligned} \tan \varphi &\approx \varphi = \frac{h}{F} \\ \sin \varphi_1 \approx \varphi_1 &= \frac{h}{R_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{F} = (n-1) \left( \frac{h}{R_1} + \frac{h}{R_2} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{F} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\ \sin \varphi_2 \approx \varphi_2 &= \frac{h}{R_2} \end{aligned}$$

$$D = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

## 17.10 Оптические системы.

### 17.10.1 Классификация оптических систем.

Классификация оптических систем по назначению:



1. Оптические системы предназначенные для получения изображения на экране. Сюда относятся все виды проекционной аппаратуры: фотоаппарат, глаз, проекционный аппарат.
2. Оптические системы вооружающие глаз, т.е. дающие мнимые изображения в сочетании с глазом - лупа, очки, микроскоп, телескоп.

*Главная задача любой оптической системы – получение четкого правильного (без искажений) изображения.*

Что из элементов зеркал и линз можно перенести на оптическую систему?

*У любой оптической системы есть фокус и главная оптическая ось.*

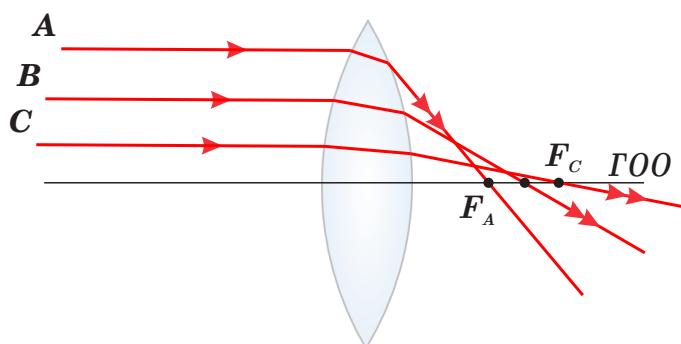
Любое изображение сформированное в оптической системе будет искажено по сравнению с самим предметом.

### 17.10.2 Погрешности оптических систем.

**Def.** Погрешности оптических систем называют аберрациями.

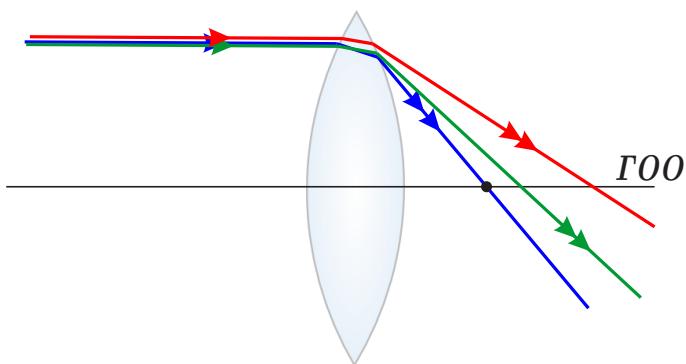
#### Сферическая aberrация

Фокусное расстояние не тонкой линзы зависит от расстояние от параксиального луча до главной оптической оси.



*При значительной ширине пучка линза дает изображение не в виде точки, а в виде расплывчатого пятна.*

#### Хроматическая aberrация



$n = n(\nu)$  - дисперсия

Т.к. показатель преломления для различных цветов разный, изображение по краям окрашивается.

Устраняется подбором соответствующего количества линз, может быть до десятка с различными стеклами. Один из самых эффективных способов борьбы с аберрациями в оптических системах - это ограничение световых пучков

Ограничение световых пучков

Демонстрация диафрагмы

**Def.** Преграда, ограничивающая ширину светового пучка, проходящего через оптическую систему, называется диафрагмой.

Если рассмотреть изображение, которое получается с помощью части линзы, то оно не меняется.

**St. →**

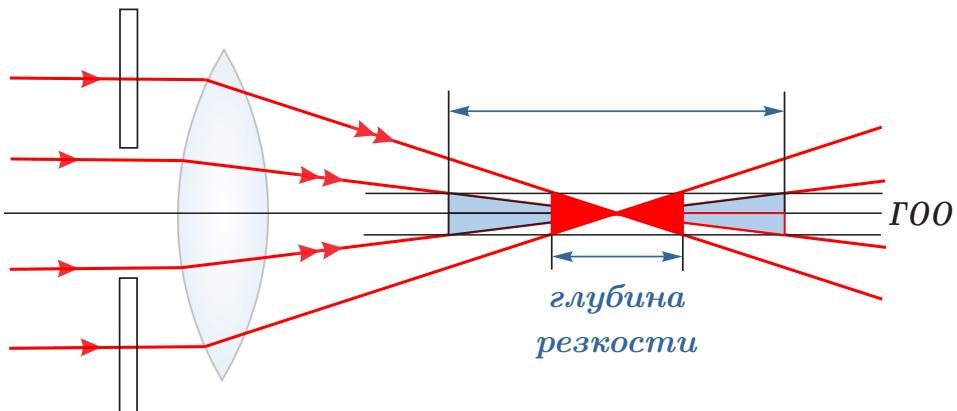
*Любая часть линзы образует то же изображение, что и вся линза*

Поэтому наличие диафрагмы не меняет ни размера ни вида изображения, она только изменяет величину светового потока, проходящего через оптическую систему.

**St. →**

*Диаметр диафрагмы определяет глубину резкости.*

Наличие диафрагмы необходимо, когда мы хотим получить изображение объемного предмета. Рассмотрим пример:



*Ограничение световых пучков диафрагмой приводит к тому, что в некоторой плоскости изображаются точки, лежащие не только в сопряженной плоскости, но и другие точки объемного предмета. Уменьшение диафрагмы увеличивает глубину резкости.*

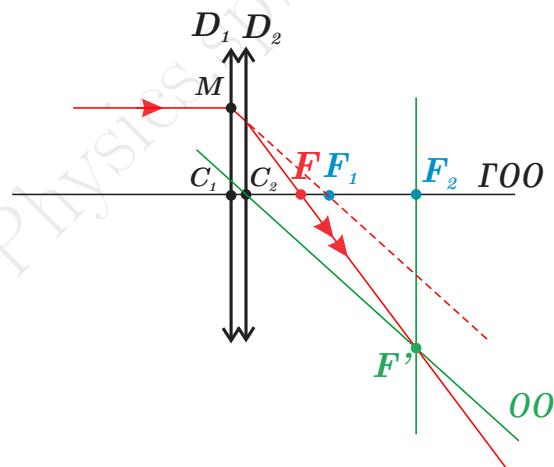
Т.о. с помощью диафрагмы можно получить изображение объемного предмета.

Целесообразно использовать не отдельные линзы или зеркала, а сложные оптические системы для борьбы с аберрациями. Система линз, обращенная к предмету называется объективом, а обращенная к глазу окуляром.

### 17.10.3 Две линзы, расположенные близко друг к другу.

Рассмотрим случай, когда две тонкие линзы с оптической силой  $D_1$  и  $D_2$  расположены так, что главные оптические оси у них совпадают, а оптические центры находятся много ближе, чем фокусное расстояние любой из линз.

Построим ход параксиального луча. Пройдя через первую линзу, он преломится так, что должен будет пройти через фокус  $F_1$ . Поэтому на вторую линзу, луч упадет уже не параллельно главной оптической оси. Следовательно нужно построить побочный фокус для второй линзы, через который пройдет этот луч. Для этого построим фокальную плоскость в точке  $F_2$  и оптическую ось, параллельную лучу, после прохождения первой линзы. Точка их пересечения и будет побочным фокусом.



Так как линзы тонки, будем считать, что их оптические центры совпадают  $C_1 \equiv C_2 \equiv C$ . Рассмотрим, две пары подобных треугольников.

$$\triangle FMC \sim \triangle FF_2F' \Rightarrow \frac{|MC|}{|F_2F'|} = \frac{|FC|}{|F_2 - F|} = \frac{F}{|F_2 - F|}$$

$$\triangle F_1MC \sim \triangle CF_2F' \Rightarrow \frac{|MC|}{|F_2F'|} = \frac{|F_1C|}{|F_2C|} = \frac{F_1}{F_2}$$

$$\Rightarrow \frac{|MC|}{|F_2F'|} = \frac{F}{|F_2 - F|} = \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow FF_2 = F_1F_2 - FF_1 : F_1F_2F \Rightarrow \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F} - \frac{1}{F_2}$$

$$\Rightarrow D = D_1 + D_2$$

**St. →**

*Оптическая сила двух линз, расположенных близко друг к другу на одной главной оптической оси, равна сумме оптических сил каждой линзы.*

#### 17.10.4 Две разнесенные линзы.

Рассмотрим теперь случай, когда оптические центры линз расположены не близко.

#### Пример 1



Две линзы с оптическими силами  $D_1 = 4$  дптр и  $D_2 = 5$  дптр расположены на расстоянии  $l = 90$  см друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают. Предмет расположен на расстоянии  $d_1 = 50$  см от первой линзы. Где и какое получится изображение? Сделать построение.

**Дано:**

$$D_1 = 4 \text{ дптр}$$

$$D_2 = 5 \text{ дптр}$$

$$d_1 = 50 \text{ см}$$

$$l = 90 \text{ см}$$

$$f_2 - ?$$

**Решение:**

Найдем фокусные расстояния линз.

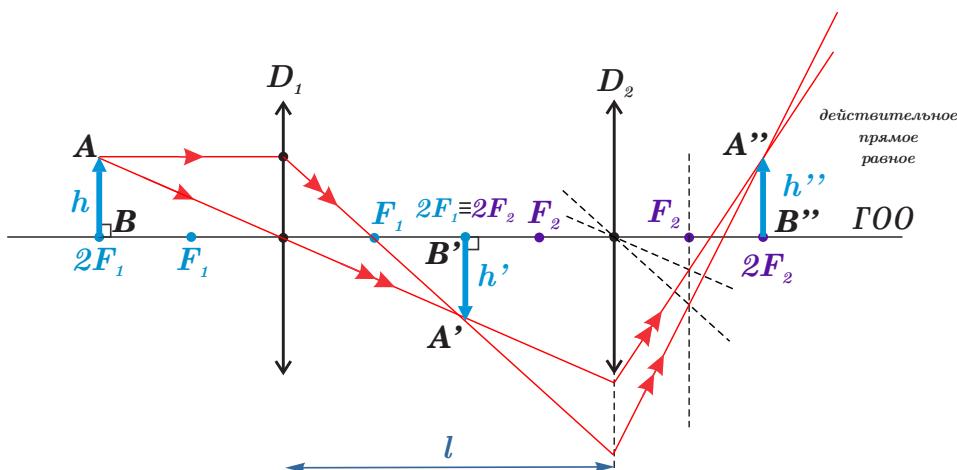
$$F_1 = \frac{1}{D_1} = \frac{1}{4 \text{ дптр}} = 0,25 \text{ м} = 25 \text{ см};$$

$$F_2 = \frac{1}{D_2} = \frac{1}{5 \text{ дптр}} = 0,2 \text{ м} = 20 \text{ см};$$

Значит предмет расположен в двойном фокусе первой линзы и изображение в первой линзе тоже получится в двойном фокусе.

$$d_1 = 2F_1 \Rightarrow \frac{1}{F_1} = \frac{1}{2F_1} + \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_1 = 2F_1$$

Теперь сделаем построение. Для этого возьмем два луча, один параллельный главной оптической оси, а второй через оптический центр первой линзы.



После прохождения первой линзы они пересекутся на расстоянии равном двойному фокусу первой линзы и сформируют там равное действительное перевернутое изображение.

Найдем положение второй линзы относительно промежуточного предмета.

$$l = 90 \text{ см} = 2F_1 + 2F_2 \Rightarrow d_2 = l - f_1 = 90 \text{ см} - 50 \text{ см} = 40 \text{ см} = 2F_2$$

Т.е. двойной фокус обоих линз и положение промежуточного предмета совпадают.

Для построения изображение во второй линзе есть два способа. Либо взять промежуточный предмет и построить от него два новых луча. Либо продолжить ход первоначальных лучей. Во втором случае они упадут на вторую линзу под углом и далее пройдут через побочные фокусы. В обоих случаях, положение итогового изображения окажется в двойном фокусе.

$$d_2 = 2F_2 \Rightarrow \frac{1}{F_2} = \frac{1}{2F_2} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = 2F_2 = 40 \text{ см}$$

Увеличение при этом будет равно

$$\Gamma = \frac{h''}{h} = \frac{h''}{h'} \cdot \frac{h'}{h} \Rightarrow \boxed{\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2}$$

$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{f_1}{d_1} \cdot \frac{f_2}{d_2} = 1 \cdot 1 = 1$$

**Ответ:** Изображение будет действительным, равным, перевернутым в двойном фокусе второй линзы.

## Пример 2



Две линзы с оптическими силами  $D_1 = 4$  дптр и  $D_2 = 5$  дптр расположены на расстоянии  $l = 90$  см друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают. Предмет расположен на расстоянии  $d_1 = 30$  см от первой линзы. Где и какое получится изображение? Сделать построение.

**Дано:**

$$D_1 = 4 \text{ дптр}$$

$$D_2 = 5 \text{ дптр}$$

$$d_1 = 30 \text{ см}$$

$$l = 90 \text{ см}$$

$$\underline{f_2 - ?}$$

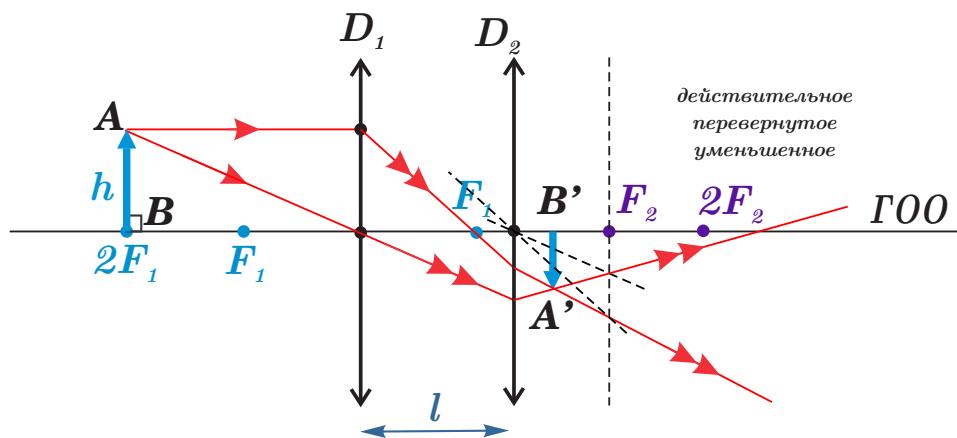
**Решение:**

Расчет фокусных расстояний линз можно взять из предыдущего примера.

В этом случае вторая линза расположена значительно ближе к первой и лучи после первой линзы не пересекутся до второй линзы. Следовательно, если строить промежуточный предмет, то для второй линзы он будет мнимым, так как на вторую линзу будут падать сходящиеся лучи.

$$d_2 = l - f_1 = l - 2F_1 = 90 \text{ см} - 50 \text{ см} = -20 \text{ см} < 0$$

В этом случае при построении лучше строить ход двух лучей, не используя промежуточный предмет. А для расчета нужно будет воспользоваться, что промежуточный предмет является мнимым для второй линзы.



$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{|d_2|} \Rightarrow f_2 = \frac{F_2 \cdot |d_2|}{F_2 + |d_2|} = \frac{20\text{ см} \cdot 20\text{ см}}{20\text{ см} + 20\text{ см}} = 10\text{ см}$$

$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{f_1}{d_1} \cdot \frac{f_2}{|d_2|} = 1 \cdot \frac{10\text{ см}}{20\text{ см}} = 0,5$$

**Ответ:** Изображение будет действительным, перевернутым, уменьшенным в два раза, на расстоянии 10 см за второй линзой.

## 17.11 Оптические приборы: проекционный аппарат, фотоаппарат.

### 17.11.1 Проекционный аппарат.

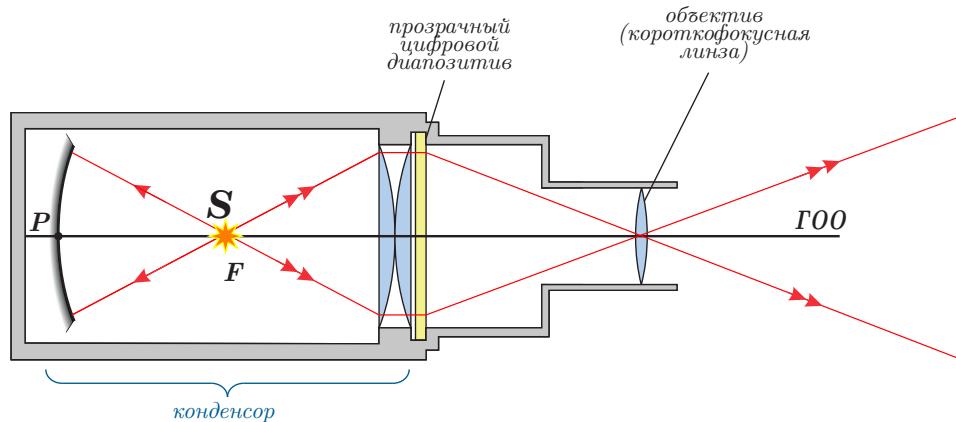
**Def.** Проекционный аппарат предназначен для получения сильно увеличенного действительного изображения на экране.

Для получения увеличенного действительного изображения, нужно предмет разместить вблизи фокуса собирающей линзы, тогда увеличенное изображение будет на расстоянии  $f >> F$ .

Так как, увеличение равно

$$\Gamma = \frac{f}{d} \approx \frac{f}{F}$$

в проекционных аппаратах используется короткофокусные линзы.



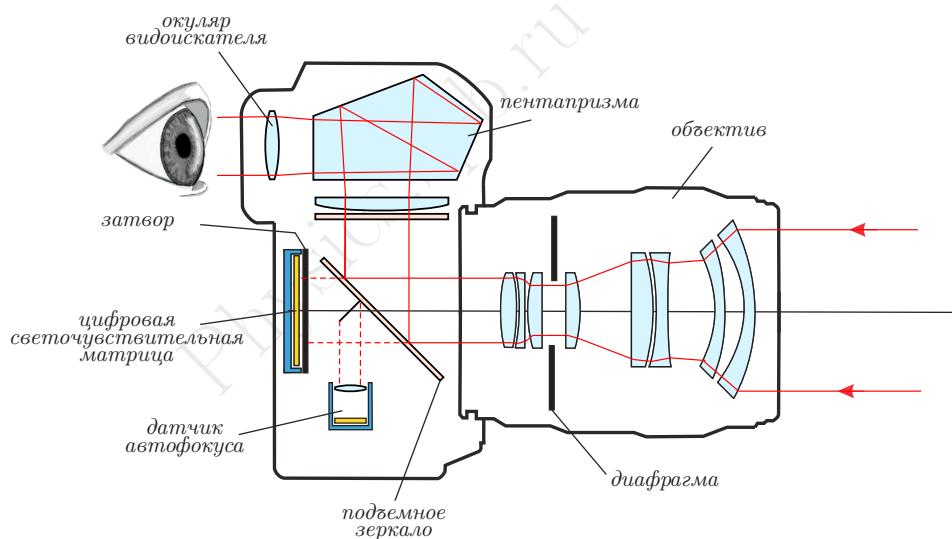
Чтобы получиться достаточно освещенное изображение на удаленном экране, необходимо ярко осветить предмет. Для создания большого светового потока используется конденсор. Световой поток проходит через прозрачный диапозитив, и далее конденсор направляет световой поток на линзу объектив.

Объектив фокусирует световой поток на экране, формируя изображение.

### 17.11.2 Фотоаппарат.

**Def.** **Фотоаппарат** предназначен для получения действительного изображения на фотопластинке или цифровой матрице.

Зеркальные фотоаппараты, или **DSLR** (**Digital Single-Lens Reflex**), представляют собой один из наиболее популярных типов камер в профессиональной и любительской фотографии. Они отличаются высокой степенью контроля над процессом съёмки и качеством изображения. В этом докладе мы рассмотрим основные аспекты оптической системы, конструкции и работы зеркальных фотоаппаратов.



Оптическая система зеркального фотоаппарата состоит из нескольких ключевых компонентов, каждый из которых играет важную роль в формировании изображения:

- **Объектив.** Объектив является основным элементом оптической системы, который отвечает за фокусировку света на датчике изображения. Он состоит из линз, которые преломляют и фокусируют свет на определённую точку. Объективы могут быть разных типов и характеристик, таких как фокусное расстояние, диафрагма и светосила.
- **Диафрагма.** Диафрагма представляет собой отверстие в объективе, которое регулирует количество света, проходящего через него. Она состоит из лепестков, которые могут открываться или закрываться, изменяя размер отверстия. Диафрагма обозначается буквой  $f$  и числом, например,  $f/1.4$  или  $f/22$ . Чем меньше число, тем больше открыта диафрагма, что позволяет большему количеству света проходить через объектив.

- **Затвор.** Затвор представляет собой механизм, который открывается и закрывается, пропуская свет на датчик изображения на определённый промежуток времени. Это время называется выдержкой и измеряется в секундах или долях секунды. Затворы могут быть механическими или электронными.
- **Зеркало.** Зеркало отражает свет от объектива вверх к пентапризме, позволяя фотографу видеть сцену через видоискатель. Когда фотограф нажимает на кнопку спуска затвора, зеркало временно поднимается, чтобы пропустить свет к датчику изображения.
- **Пентапризма.** Пентапризма является пятиугольным оптическим устройством, которое переворачивает изображение, полученное от зеркала, так что оно отображается правильно в видоискателе. Это позволяет фотографу точно видеть сцену, которую он фотографирует.

Таким образом, оптическая система зеркального фотоаппарата обеспечивает точное и яркое изображение объекта съёмки.

Работа зеркального фотоаппарата:

1. Свет проходит через объектив и попадает на зеркало.
2. Зеркало отражает свет вверх к пентапризме.
3. Пентапризма переворачивает изображение и направляет его в видоискатель.
4. Фотограф видит изображение в видоискателе и может настроить параметры съёмки.
5. При нажатии на кнопку спуска затвора происходит следующее:
  - зеркало поднимается в горизонтальное положение;
  - свет проходит к цифровой светочувствительной матрице;
  - матрица фиксирует изображение;
  - микропроцессор фотоаппарата обрабатывает сигнал от матрицы и сохраняет изображение на карту памяти.

Фокусное расстояние объективов в зеркальных фотоаппаратах определяет масштаб изображения и угол зрения. Чем шире угол, тем больше пространства можно захватить в кадре, а чем уже — тем ближе окажется объект съёмки. 1

По фокусному расстоянию объективы делятся на следующие виды:

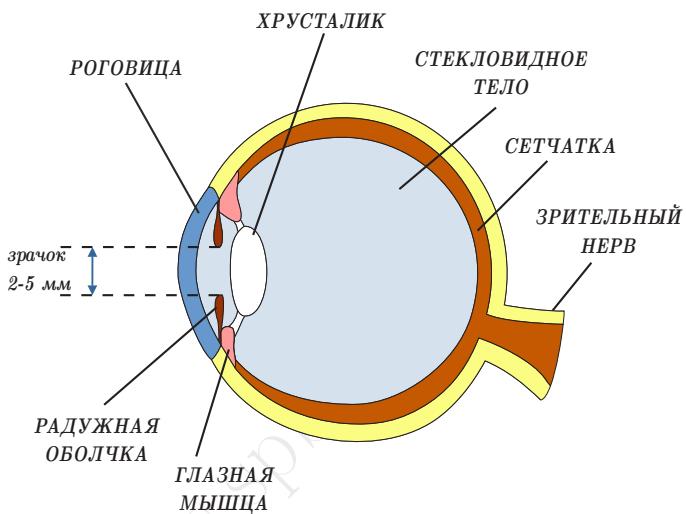
- Сверхширокоугольные (типа «рыбий глаз») — 5–13 мм.
- Широкоугольные (короткофокусные) — 14–25 мм.
- Стандартные — 25–50 мм.
- Портретные — 50–100 мм.
- Телеобъективы — 150 мм и больше.

## 17.12 Глаз, как пример оптической системы.

### 17.12.1 Строение глаза.

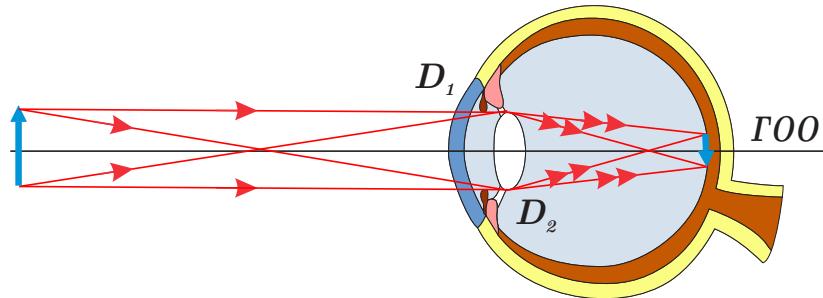
Кратко рассмотрим строение глаза и его оптическую систему.

- **Роговая оболочка (роговица)** — это прозрачная выпуклая часть глаза, которая защищает его от внешних воздействий и помогает преломлять свет.



- **Передняя камера глаза** — пространство между роговицей и радужкой, заполненное прозрачной жидкостью.
  - **Радужная оболочка (радужка)** — это цветная часть глаза, которая регулирует количество света, попадающего на сетчатку. В центре радужки есть отверстие — зрачок, который может расширяться и сужаться.
  - **Хрусталик** — это прозрачная двояковыпуклая линза, которая преломляет свет и фокусирует его на сетчатке. Хрусталик расположен за радужкой.
- Хрусталик может менять свою кривизну и, следовательно, фокусное расстояние под воздействием специальной глазной мышцы, которая его удерживает. Оптическая система, состоящая из роговицы и хрусталика, формирует изображение объекта на сетчатке глаза.
- **Стекловидное тело** — это прозрачное гелеобразное вещество, заполняющее большую часть глаза. Оно помогает поддерживать форму глаза и преломляет свет.
  - **Сетчатка** — состоит из светочувствительных элементов — палочек и колбочек, которые представляют собой нервные окончания зрительного нерва. Палочки (их около 130 миллионов) содержат зрительный пигмент родопсин, активируются небольшим количеством света и отвечают за черно-белое зрение. Колбочки (их около 7 миллионов) содержат йодопсин, активируются ярким светом и отвечают за цветное зрение. Когда свет падает на эти элементы, он вызывает их раздражение, и зрительный нерв передает соответствующие сигналы в мозг. Именно так в нашем сознании формируются образы окружающих предметов.

Если рассматривать глаз, как оптическую систему, то преломление падающего на глаз света происходит на роговице и потом на хрусталике. Именно эти два элемента, формируют на сетчатке изображение.



Материал хрусталика имеет коэффициент преломления  $n = 1,5$ , и фокусное расстояние хрусталика в спокойном состоянии  $F = 1,5$  см.

Оптическая сила роговицы составляет около 20 дптр, а хрусталика – 40 дптр в спокойном состоянии. Радиус кривизны передней поверхности хрусталика равен 10,0 мм, задней поверхности – 6,0 мм.

### 17.12.2 Аккомодация.

Изображение на сетчатке должно быть четким. При этом расстояние от роговицы с хрусталиком до сетчатки остается неизменным. Чтобы получилось четкое изображение глазные мышцы могут деформировать хрусталик, меняя радиус кривизны его поверхностей.

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

$f = const$ , а  $d$  – может быть любым, следовательно  $F$  и оптическую силу  $D$  нужно менять. Оптическая сила роговицы неизменна. А оптическую силу хрусталика можно изменить, изменив радиус его кривизны.

$$D = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

**Def.** Аккомодация – это приспособливание глаза путем изменения кривизны хрусталика к видению на различных расстояниях.

При этом суммарная оптическая сила глаза меняется в диапазоне (52,6 – 71,3) дптр, составляя в среднем 60 дптр.

**Def.** Есть такое состояние глаза и такое расстояние до предмета, при которых глазные мышцы находятся в расслабленном состоянии. Такое состояние глаза называется спокойным, а расстояние до предмета – расстоянием наилучшего видения, это расстояние составляет  $d_0 = 25$  см.

### 17.12.3 Адаптация

**Def.** Адаптация — это процесс приспособления глаза к различным условиям освещения

Адаптация позволяет нам видеть как в темноте, так и при ярком свете. Диапазон освещенность воспринимаемых глазом очень велик:

$$\frac{E_{max}}{E_{min}} = 10^{12}$$

Механизм адаптации связан с изменением диаметра зрачка, что достигается путем сжатия или расслабления мышц радужной оболочки. При переходе из светлого помещения в тёмное зрачки расширяются, пропуская больше света. Это позволяет глазу быстрее адаптироваться к низкому уровню освещённости. На адаптацию требуется некоторое время. В темной комнате мы видим не сразу, а через несколько минут. Когда мы выходим из темноты на яркий свет, зрачки сужаются, чтобы защитить сетчатку от избыточного света. Это позволяет глазу постепенно приспособиться к яркому освещению. На это также требуется время.

### 17.12.4 Бинокулярное зрение.

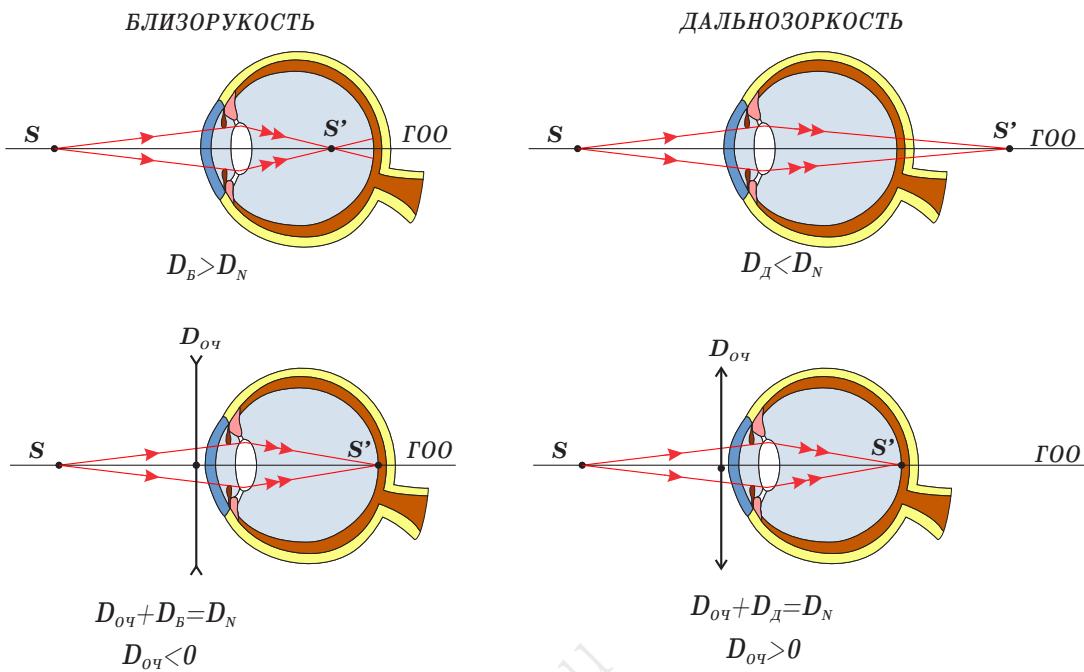
Бинокулярное зрение — это способность человека видеть один объект одновременно двумя глазами, что позволяет воспринимать глубину и объемность пространства. Основные аспекты физики бинокулярного зрения включают следующие:

- **Параллакс:** Когда мы смотрим на объект двумя глазами, каждый глаз видит его немного под разными углами. Это создает разницу в изображениях, которые мозг обрабатывает, что позволяет определить расстояние до объекта.
- **Корреспондирующие точки:** В мозгу сопоставляются точки, которые соответствуют одному и тому же объекту на сетчатке каждого глаза. Эти точки называются корреспондирующими точками.
- **Фузионный рефлекс:** Это механизм, благодаря которому мозг объединяет два изображения в одно, несмотря на их небольшие различия. Фузионный рефлекс позволяет нам видеть единое изображение без двоения.

Пример: Предположим, мы смотрим на дерево. Левый глаз видит дерево немноголевее, а правый — немноголевее. Мозг обрабатывает эти два изображения и сопоставляет соответствующие точки, что позволяет определить точное положение дерева в пространстве.

### 17.12.5 Дефекты зрения.

- **Близорукость** — это состояние, при котором человек хорошо видит предметы, находящиеся близко, но плохо различает те, что находятся на расстоянии. При близорукости изображение фокусируется перед сетчаткой, а не на ней.
- **Дальнозоркость** — в этом случае человек лучше видит предметы, находящиеся вдали, но плохо различает близко расположенные объекты. При дальнозоркости изображение фокусируется за сетчаткой.

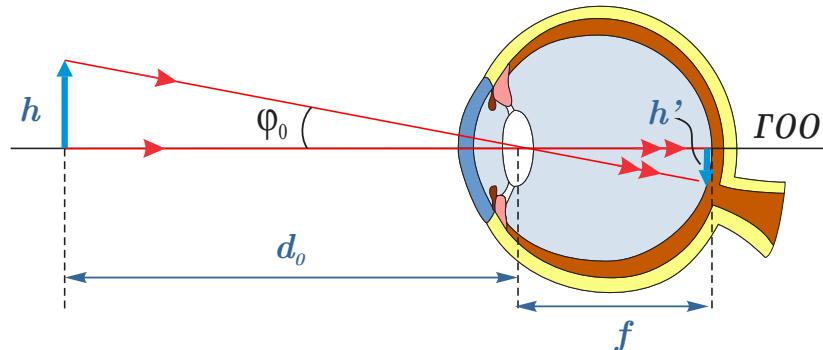


- **Астигматизм** — это состояние, при котором роговица или хрусталик имеют неправильную форму, что приводит к искажению зрения как на близком, так и на дальнем расстоянии. При астигматизме предметы могут казаться размытыми или искажёнными.
- **Катаракта** — помутнение хрусталика глаза, что приводит к ухудшению зрения. Катаракта чаще всего развивается с возрастом, но может быть вызвана и другими факторами.
- **Глаукома** — это заболевание, при котором повышается внутриглазное давление, что может привести к повреждению зрительного нерва и потере зрения. Глаукома требует регулярного медицинского наблюдения и лечения.

### 17.12.6 Угол зрения.

Рассмотрим предмет высотой  $h$  на расстоянии наилучшего видения  $d_0$ . На сетчатке при этом будет сформировано перевернутое уменьшенное изображение.

**Def.** Угол зрения — это угол между крайними лучами идущими от предмета через оптический центр глаза.



Поскольку углы между крайними лучами будут малы, то

$$\varphi_0 = \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{h}{d_0} = \frac{h'}{f} \Rightarrow h' = \frac{hf}{d_0}$$

Так как диаметр глаза в среднем составляет 2,5 см, т.е.  $f = 2,5$  см, а  $d_0 = 25$  см, тогда

$$\frac{f}{d_0} \approx 0,1 \Rightarrow \Gamma = \frac{h'}{h} \approx 0,1$$

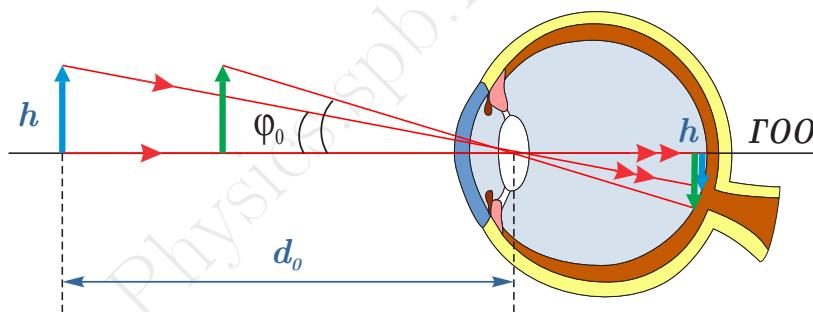
**NB!**

Поэтому, при рассматривании мелкого предмета невооружённым глазом изображение предмета на сетчатке примерно в 10 раз меньше самого предмета.

**NB!**

Также можно отметить, что глаз перестает различать предметы, как тела имеющие размеры, если угол зрения меньше одной угловой минуты.

Если предмет приблизить к глазу, то мы увеличиваем угол зрения, размер изображения на сетчатке так же увеличивается, и мы имеем возможность рассмотреть большие деталей на предмете.



Угол зрения можно так же менять при помощи оптических приборов:

- Приборы, служащие для рассмотрения мелких предметов, лупа, микроскоп – эти приборы служат для «увеличения» предмета;
- Приборы, служащие для рассмотрения удаленных предметов, зрительные трубы, бинокли, телескопы – эти приборы «приближают» предметы;

В обоих случаях, эффект «увеличения» и «приближения» связан с увеличением угла зрения.

## 17.13 Оптические приборы: лупа, микроскоп, телескоп.

### 17.13.1 Лупа.

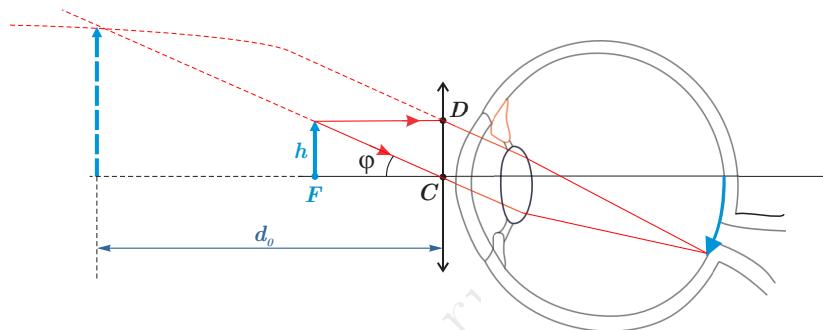
**Def.** Лупа – это собирающая линза с фокусным расстоянием от 10 до 100 мм.

В лупе используется короткофокусная линза, т.к. это позволяет получить большее увеличение угла зрения, под которым глаз рассматривает предмет. Для этого лупу используют следующим образом:

- Лупу располагают рядом с глазом;
- Предмет по отношению к лупе располагают либо в фокусе, либо ближе фокуса;

### **Использование лупы без усилия аккомодации.**

Если предмет поместить точно в фокус линзы, то луч через оптический центр и параксиальный луч, после лупы пойдут параллельно друг другу и будут собраны глазом на сетчатке без усилия аккомодации, т.е. без напряжения глазных мышц. С точки зрения усталости глаз, такое использование лупы самое оптимальное. Но оно не дает максимального увеличения.



**Def.** Увеличение лупы — это отношение размера изображения при использовании лупы к размеру изображения при рассматривании предмета невооружённым глазом.

$$\operatorname{tg} \varphi_0 \approx \varphi_0 = \frac{h}{d_0}$$

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi = \frac{h}{F}$$

В случае использования лупы без усилия аккомодации увеличение будет равно:

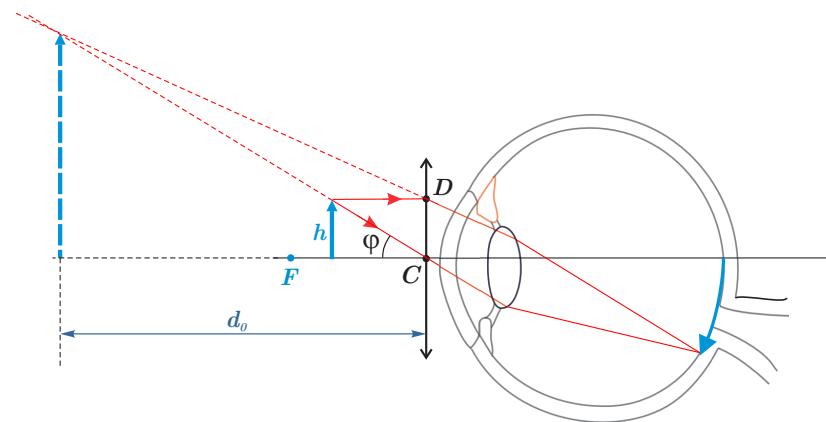
$$\Gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_0} = \frac{h}{F} \cdot \frac{d_0}{h} = \frac{d_0}{F}$$

Стоит отметить, что увеличение лупы равно угловому увеличению, т.е. оно равно отношению угла зрения при рассматривании объекта через лупу к углу зрения при рассматривании этого объекта невооружённым глазом.

**NB!**

### **Использование лупы с усилием аккомодации.**

Для получения максимального угла зрения необходимо предмет поместить ближе фокуса лупы, в этом случае в глаз будут попадать расходящиеся лучи и глазные мышцы будут дополнительно деформировать хрусталик, чтобы получить четкое изображение на сетчатке.



В этом случае увеличение будет равно

$$\Gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{h'}{d} \cdot \frac{d_0}{h} = \frac{d_0}{d}$$

Если воспользоваться формулой тонкой линзы для этого случая  $f = -d_0$ , тогда

$$\begin{aligned} \frac{1}{F} &= \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{F} + \frac{1}{d_0} = \frac{F + d_0}{Fd_0} \quad \Rightarrow \\ \Gamma &= \frac{d_0(F + d_0)}{Fd_0} = 1 + \frac{d_0}{F} \end{aligned}$$

Из полученной формулы видно, что увеличение будет больше с усилием аккомодации, чем без усилия.

*Увеличение, даваемое лупой на практике ограничено её размерами. Предельное значение увеличения составляет не более 50.*

NB!

### 17.13.2 Микроскоп.

**Def.** Микроскоп – это прибор, который служит для рассмотрения очень мелких предметов под большим углом зрения.

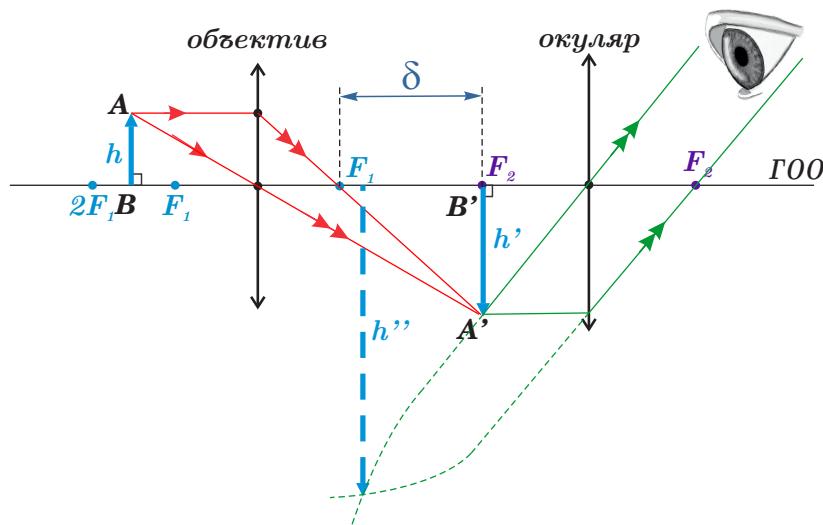
Микроскоп состоит из объектива (собирающая линза обращенная к предмету), окуляра (собирающая линза обращенная к глазу), светонепроницаемой трубы, вогнутого зеркала, предметного столика.

Предмет располагается между фокусом и двойным фокусом объектива. Тогда объектив даст увеличенное изображение за своим двойным фокусом. Окуляр располагают так, чтобы это изображение получилось в фокусе окуляра, т.е. чтобы он работал как лупа без усилия аккомодации.

#### Работа микроскопа без усилия аккомодации

Фокусные расстояния объектива и окуляра много меньше оптической длины тубуса –  $\delta$ .

**Def.** Оптическая длина тубуса ( $\delta$ ) – это расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра.



$$\Gamma = \Gamma_{\text{объектива}} \cdot \Gamma_{\text{лупы}} = \frac{\delta + F_1}{F_1} \cdot \frac{d_0}{F_2}$$

В последней формуле  $d_0 \approx 25$  см – расстояние наилучшего видения, т.к. глаз не будет напрягаться, если мы видим изображение на расстоянии большем или равном  $d_0$ .

Т.к. окуляр это лупа, а лупа это короткофокусная линза, то

$$F_1 \ll \delta \Rightarrow \delta + F_1 \approx \delta \Rightarrow \Gamma = \frac{\delta d_0}{F_1 F_2}$$

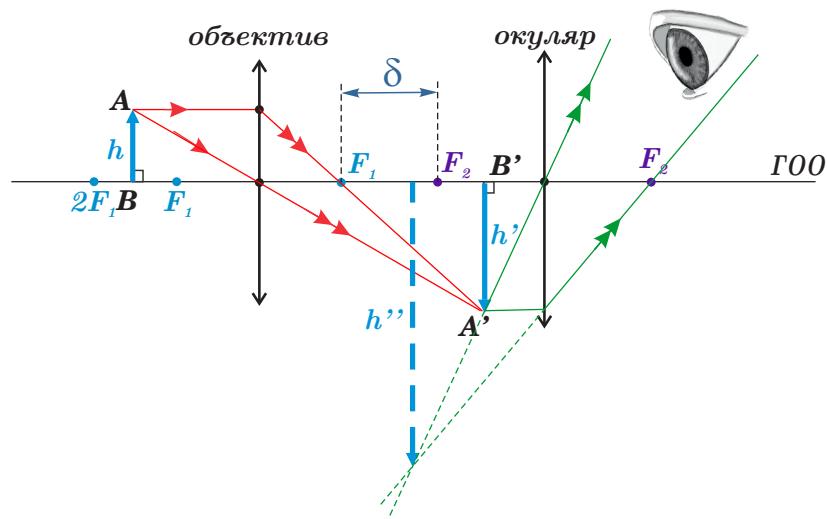
Например, если фокусное расстояние объектива равно  $F_1 = 2$  см, фокусное расстояние окуляра  $F_2 = 3$  см, а оптическая длина тубуса  $\delta = 30$  см, то увеличение микроскопа будет равно:

$$\Gamma = \frac{30 \text{ см} \cdot 25 \text{ см}}{2 \text{ см} \cdot 3 \text{ см}} = 125$$

Это значение значительно больше, чем то, что может дать простая лупа.

### Работа микроскопа с усилием аккомодации

Если предмет расположить так, что изображение сформированное объективом окажется между фокусом окуляра и самим окуляром, то в глаз попадут расходящиеся лучи, глазные мышцы будут напряжены, т.е. окуляр будет работать, как лупа с усилием аккомодации и увеличение будет больше, чем без усилия аккомодации.



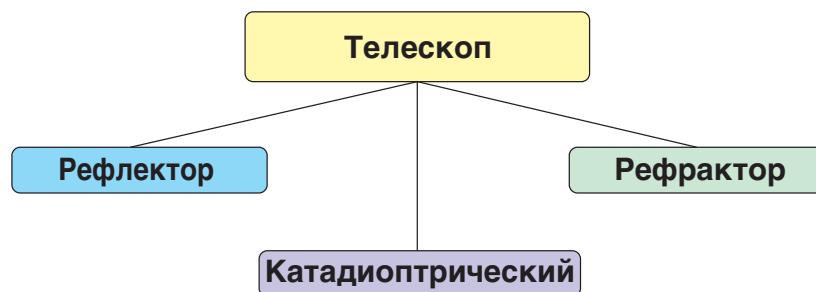
*Волновая природа света накладывает ограничения на увеличение микроскопа. Явление дифракции не позволяет увидеть предметы меньше  $\frac{\lambda}{2}$ .*

**NB!**

### 17.13.3 Телескоп.

**Def.** Телескоп – это прибор, который служит для рассмотрения очень удаленных предметов.

Обычно телескопы делят на три группы:

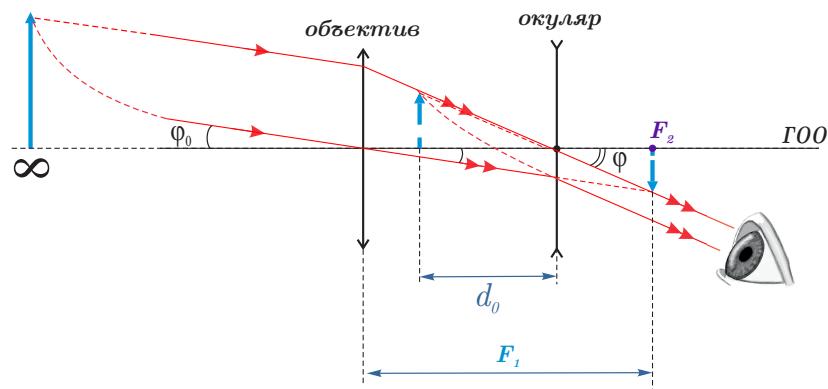


**Def.** Рефрактор — это телескоп, в котором для сбора света и формирования изображения используется система линз.

**Рефрактор Галилея.** Галилео Галилей изобрёл свой телескоп в 1609 году, в качестве основы была взята подзорная труба, которая использовалась при мореплаваниях.

Телескоп Галилея имел в качестве объектива одну собирающую линзу, а окуляром служила рассеивающая линза.

*Фокусное расстояние объектива должно быть много больше фокусного расстояния окуляра.*



$$F_1 \gg F_2$$

Линза окуляра расположена при этом так, что на нее падают сходящиеся лучи от линзы объектива, т.е. в телескопе Галилея нет действительного промежуточного изображения.

$$\Gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_0} = \frac{F_1}{F_2}$$

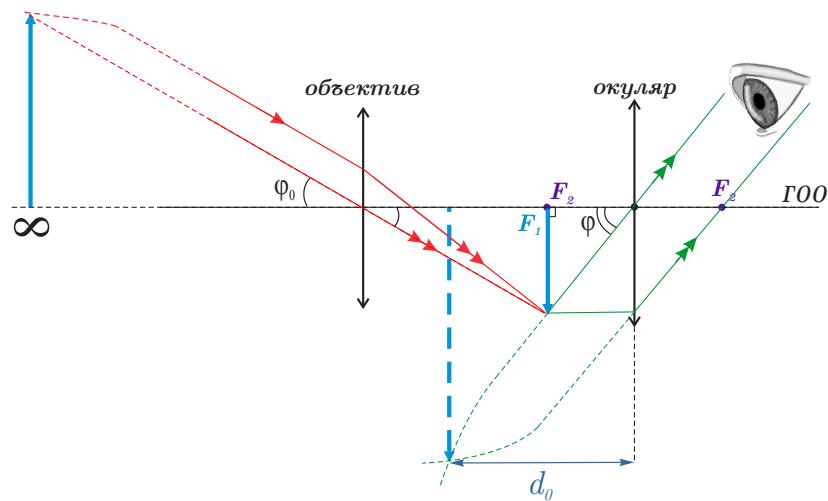
Такая оптическая схема даёт прямое изображение. Главными недостатками галилеевского телескопа являются очень малое поле зрения и сильная хроматическая aberrация.

*Такая система все ещё используется в театральных биноклях, и иногда в самодельных любительских телескопах.*

NB!

**Рефрактор Кеплера.** В 1611 году Иоганн Кеплер усовершенствовал телескоп, заменив рассеивающую линзу в окуляре на собирающую. Это позволило увеличить поле зрения, но изображение, получаемое с помощью системы Кеплера, было перевёрнутым.

Рассмотрим оптическую схему телескопа рефрактора Кеплера без усилия аккомодации.



В рефракторе Кеплера усилие будет считаться по такой же формуле, как в рефракторе Галилея:

$$\Gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_0} = \frac{F_1}{F_2}$$

Например, если фокусное расстояние объектива равно 2 м, а фокусное расстояние окуляра равно 2 см, то увеличение зрительной трубы окажется равным:  $\Gamma = 200/2 = 100$ .

Однако у трубы Кеплера было и преимущество — в ней имелось действительное промежуточное изображение, в плоскость которого можно было поместить измерительную шкалу. По сути, все последующие телескопы-рефракторы были основаны на системе Кеплера.

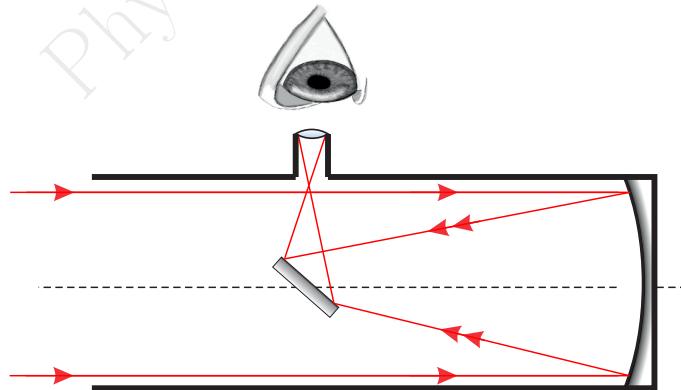
У системы Кеплера есть и недостаток — сильная хроматическая aberrация. Чтобы устранить её, до создания ахроматического объектива уменьшали относительное отверстие телескопа.

### Рефлекторы

**Def.** Рефлектор — это телескоп, в котором для сбора света и получения изображения используется зеркало или система зеркал.

Первый рефlector был построен Исааком Ньютоном в конце 1668 года. Использование зеркала позволило избавиться от основного недостатка использовавшихся тогда телескопов-рефракторов — значительной хроматической aberrации.

Главное зеркало направляет свет на небольшое плоское диагональное зеркало, расположенное вблизи фокуса. Оно, в свою очередь, отклоняет пучок света за пределы трубы, где изображение рассматривается через окуляр или фотографируется. Главное зеркало параболическое, но, если относительное отверстие не слишком большое, оно может быть и сферическим.



Большой диаметр телескопа позволяет собрать больше света.

### Катадиоптрики

Катадиоптрические телескопы — это комбинированные модели, использующие как линзы, так и зеркала для фокусировки света. Эти телескопы предлагают преимущества обоих типов: высокое качество изображения, отсутствие aberrации цвета и большие диаметры. Недостатком является сложная конструкция.